



Etude Expérimentale et Modélisation par la méthode des éléments discrets de l'amortissement dans les matériaux granulaires

Marwa Daoud

► To cite this version:

Marwa Daoud. Etude Expérimentale et Modélisation par la méthode des éléments discrets de l'amortissement dans les matériaux granulaires. Autre. Université Paris Saclay (COMUE); École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2016. Français. NNT : 2016SACLC063 . tel-01388156

HAL Id: tel-01388156

<https://theses.hal.science/tel-01388156>

Submitted on 26 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A
CENTRALESUPELEC

ECOLE DOCTORALE N°579
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences
(SMEMaG)
Spécialité de doctorat : Génie Mécanique

Par

Mme Marwa MASMOUDI DAOUD

Etude Expérimentale et Modélisation par la méthode des éléments discrets de
l'amortissement dans les matériaux granulaires

Thèse présentée et soutenue à Saint-Ouen, le 15 Septembre 2016 :

Composition du Jury :

M, DEU Jean François, Professeur des Universités CNAM, Président
M, BOUHADDI Nouredine, Professeur des Universités, FEMTO-ST, Rapporteur
M, SOULA Mohamed, Professeur des Universités, ENSIT, Rapporteur
M, BAREILLE Olivier, Ecole Centrale de Lyon, Maître de Conférences HDR, Examinateur
M, HADDAR Mohamed, Professeur des Universités, ENIS, Membre
M. JOB Stéphane, Maître de Conférences, Supméca, Co-directeur de thèse
M. ABBES Mohamed Slim, Professeur des Universités, Directeur de thèse
M. TAWFIQ Imad, Professeur des Universités, Supméca, Directeur de thèse

Remerciements

C'est avec une certaine émotion et beaucoup de sincérité que je voudrais remercier toutes les personnes ayant soutenu et apprécié mon travail.

Je souhaite remercier en premier lieu mes directeurs de thèse, M. Imad TAWFIQ, Professeurs des Universités et directeur du laboratoire QUARTZ à Supméca, Centrale Supélec et M. Mohamed Slim ABBES, Professeurs des Universités à l'ENIS pour m'avoir accueilli au sein de leurs équipes. Je leur suis également reconnaissante pour le temps conséquent qu'ils m'ont accordé, leurs qualités pédagogiques et scientifiques, leur franchise et leur sympathie. J'ai beaucoup appris à leurs côtés et je leur adresse ma gratitude pour tout cela.

J'adresse de chaleureux remerciements à mon co-encadrant de thèse, M. Stéphane Job, Maître de conférences du laboratoire QUARTZ, pour son attention de tout instant sur mes travaux, pour ses conseils avisés et son écoute qui ont été prépondérants pour la bonne réussite de cette thèse. Son énergie et sa confiance ont été des éléments moteurs pour moi. J'ai pris un grand plaisir à travailler avec lui.

Un grand merci à M. Mohamed HADDAR, Professeurs des Universités à l'ENIS et directeur du laboratoire LA2MP. Sa compétence, sa rigueur scientifique et sa clairvoyance m'ont beaucoup appris.

J'exprime tous mes remerciements à l'ensemble des membres de mon jury : M. DEU Jean François, M. BOUHADDI Nouredine, M. SOULA Mohamed et M. BAREILLE Olivier.

Ma reconnaissance va aussi à l'équipe Supméca pour son support financier pendant mes stages en France. J'adresse aussi mes remerciements à Mr HUBERT Olivier et Mme COMPAGNON Christel pour leurs supports administratifs. Ma gratitude va aussi aux membres des laboratoires QUARTZ et LA2MP pour leur aide et leur bonne humeur. Nous avons partagé de bons moments.

Enfin, je remercie ma mère Hajer, mon mari Ahmed et mon fils Youssef pour leurs soutiens au cours de ces trois années et sans lesquels je n'en serais pas là aujourd'hui. Je vous aime fort !

Résumé

Ce travail de thèse a pour objet d'analyser le processus de dissipation d'énergie dans les amortisseurs par milieux granulaires. Des études de nature expérimentale, analytique et numérique ont été menées afin de pouvoir détecter les paramètres clefs agissant sur la dissipation; un modèle expérimental minimal a été présenté en premier lieu afin de mettre en évidence l'efficacité des milieux granulaire en tant qu'amortisseurs de vibrations. Un second modèle expérimental plus élaboré a été développé, avec de multiples protocoles expérimentaux, pour mener une étude paramétrique et détecter leurs impacts sur l'évolution du facteur de perte du système. On montre que le coefficient de perte ne dépend pas du matériau des particules ou leur nombre, mais dépend fortement de la masse totale des grains embarqués et sur l'amplitude du signal vibrant. Nos mesures montrent aussi la contribution de l'écoulement visqueux de l'air entourant les grains au facteur de perte globale des amortisseurs.

La partie analytique à son tour a permis de retrouver le comportement obtenu expérimentalement par le bilan du développement des équations du mouvement du système, celle des énergie cinétique et énergie dissipée afin de proposer enfin une équation maitresse qui décrit l'évolution du facteur de perte réduit au sein de notre système. Pour atteindre une plus grande précision, une modélisation du système granulaire par la méthode des éléments discrets (DEM) a permis de retrouver les mêmes conclusions et ainsi valider les constatations expérimentales et le modèle analytique proposé.

Mots clés : Amortisseurs Passifs, Vibration, Milieu granulaire, Dissipation, Méthode des éléments discrets

Table des matières

Remerciements	I
Résumé.....	II
Table des matières	III
Liste des figures.....	VII
Liste des tableaux.....	X
Nomenclature.....	XI
INTRODUCTION GENERALE	1
Chapitre 1 : Analyse bibliographique	3
1. Revue des techniques d’amortissement des structures vibratoires.....	3
1.1. Amortissement actif.....	3
1.2. Amortissement hybride.....	4
1.3. Amortissement passif.....	5
1.4. Motivation et approche	6
2. Amortissement passif par milieux granulaires.....	6
2.1. Revue des études expérimentales	7
2.2. Caractérisation d’un milieu granulaire.....	8
2.2.1. Spécificités de la matière granulaire	9
2.2.2. Propagation d’onde dans les milieux granulaires	10
2.2.2.1. Propagation des ondes sonores et ultrasonores.....	10
2.2.2.2. Propagation d’onde de déformation dans une colonne de sphères.....	11
2.3. Interactions des milieux granulaires	13
2.3.1. Contact élastiques et frictionnels entre particules	13
2.3.2. Interactions cohésives entre particules	16
2.3.2.1. Force électrostatique	16
2.3.2.2. Forces de van Der Waals	16
2.3.2.3. Force capillaire	17
2.3.3. Interactions particule-environnement	17
3. Techniques de modélisation de l’amortissement par milieux granulaires	18
3.1. Modèle analytique	18
3.2. Modèle de dynamique moléculaire	20
3.3. Méthode des éléments discrets (DEM).....	20

3.4.	Méthode dynamique évènementielle « Event driven »	21
3.5.	Méthode de type Monte Carlo.....	22
3.6.	Automates cellulaires.....	22
3.7.	Approche et procédure	23
Conclusion		23
Chapitre 2 : Caractérisation expérimentale de l'amortissement par milieux granulaires		24
1.	Mise en évidence de l'amortissement par milieux granulaires en présence d'une poutre.....	25
1.1.	Description du dispositif expérimental	25
1.2.	Procédure expérimentale et approche de calcul	27
1.3.	Analyse des résultats expérimentaux	27
1.4.	Récapitulatif	29
2.	Analyse expérimentale de la réponse d'un milieu granulaire.....	30
2.1.	Description du dispositif expérimental	30
2.2.	Description des différents appareils de mesure	31
2.2.1.	Pot vibrant	31
2.2.2.	Accéléromètre	31
2.2.3.	Capteur de force.....	33
2.3.	Procédure de calcul du facteur de perte.....	33
2.4.	Résultats expérimentaux.....	35
2.4.1.	Analyse Fréquentielle du dispositif	35
2.4.2.	Essai à vide.....	41
2.4.3.	Etude Paramétrique	43
2.4.3.1.	Effet de la masse	47
2.4.3.2.	Courbe universelle.....	49
2.4.3.3.	Effet du nombre des grains	50
2.4.3.4.	Effet de la nature des matériaux.....	51
2.4.3.5.	Effet de l'amplitude d'excitation sur l'évolution de la masse apparente	52
2.4.3.6.	Effet de la fréquence	53
2.5.	Récapitulatif	54
Conclusion		55
Chapitre 3 : Modélisation numérique de l'amortissement par milieux granulaires avec la méthode DEM		56
1.	Méthode DEM	57
1.1.	Logiciel et code DEM	58

1.1.1.	Code DEM « open source »	58
1.1.1.1.	LMGC90	58
1.1.1.2.	LIGGGHTS	59
1.1.1.3.	ESys-Particle	59
1.1.1.4.	YADE	59
1.1.2.	Les codes DEM commercialisés.....	60
1.1.2.1.	PFC2D ET PFC3D	60
1.1.2.2.	EDEM	60
1.1.3.	Comparaison.....	60
1.2.	Processus de fonctionnement de la méthode DEM.....	62
1.2.1.	Détection de contact [43].....	62
1.2.2.	Equation de mouvement.....	63
1.2.3.	Modèle de force de contact	64
1.2.3.1.	Force de contact normale	65
1.2.3.2.	Force de contact tangentiel:.....	66
1.2.4.	Schéma d'intégration	67
1.2.5.	L'intégration de mouvement.....	67
1.3.	Architecture de YADE	69
1.3.1.	Les composantes de données	69
1.3.2.	Les composantes des fonctions.....	70
2.	Description analytique	72
3.	Simulation numérique.....	80
3.1.	Algorithme de calcul.....	80
3.2.	Réalisation du premier modèle numérique	82
3.2.1.	Protocole de la simulation.....	82
3.2.2.	Interprétations numériques	82
3.2.3.	Récapitulatif	87
3.3.	Réalisation du deuxième modèle numérique	88
3.3.1.	Protocole de la simulation.....	88
3.3.2.	Interprétation Numérique.....	89
3.3.3.	Etude paramétrique	90
3.3.3.1.	Influence du coefficient de restitution.....	90
3.3.3.2.	Influence de la masse des particules.....	91
3.3.3.3.	Influence du nombre de particule.....	92

3.3.3.4.	Influence du module élastique.....	94
3.3.3.5.	Influence du rayon.....	96
3.3.3.6.	Evolution de la masse dynamique.....	97
3.3.3.7.	Récapitulatif	98
3.3.4.	Application : Cas d'une colonne de sphères en Verre et Acier	99
Conclusion	100
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	102
BIBLIOGRAPHIE.....		104

Liste des figures

Figure I. 1: Définition d'un amortisseur actif.....	3
Figure I. 2: Définition d'un amortisseur Hybride	5
Figure I. 3: Amortisseurs par milieux granulaires et amortisseurs par Impact	7
Figure I. 4: Signal ultrasonore mesuré par un transducteur piézo-électrique de 12mm de diamètre dans un empilement de billes de verre poly-disperses (diamètre d) sous un chargement œdométrique à $P=0.75$ MPa , (a) $d = 0.2 - 0.3$ mm, (b) $d = 0.4 - 0.8$ mm, (c) $d = 1.5 \pm$	11
Figure I. 5: Direction de l'onde de déformation dans une colonne de N sphères après une collision avec un plan rigide	12
Figure I. 6: Modélisation de contact de Hertz	14
Figure I. 7: Pont liquide entre deux particules de rayons R	17
Figure I. 8: Etapes de modélisation analytique d'une enceinte remplis de grains attachée à une poutre	19
Figure II. 1: Premier montage expérimental	26
Figure II. 2: Schématisation du premier dispositif expérimental	27
Figure II. 3: Comparaison de la réponse de la poutre avec et sans milieux granulaires pour des faibles niveaux d'excitation	28
Figure II. 4: Comparaison de la réponse de la poutre avec et sans milieux granulaires pour des grandes niveaux d'excitation.....	28
Figure II. 5: Deuxième Montage expérimental.....	30
Figure II. 6: Schématisation du deuxième dispositif expérimental	31
Figure II. 7: Représentation du module et de la phase de sensibilité de l'accéléromètre en fonction de la fréquence.....	32
Figure II. 8: Evolution du signal de la force normalisé par la masse et la gravité en fonction du temps pour un boîtier vide.....	35
Figure II. 9: Représentation du signal de force en fonction de la fréquence pour un boîtier vide.....	35
Figure II. 10: Représentation du signal de l'accélération en fonction du temps pour un boîtier vide .	36
Figure II. 11: Représentation du signal de l'accélération en fonction de la fréquence pour un boîtier vide	36
Figure II. 12 : Représentation de l'accélération en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g.....	37
Figure II. 13: Représentation de l'accélération en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g.....	37
Figure II. 14: Représentation de la force en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g.....	38
Figure II. 15: Représentation de la force en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g.....	38
Figure II. 16: Représentation de l'accélération en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g.....	39
Figure II. 17: Représentation de l'accélération en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g.....	39

Figure II. 18: Représentation de la force en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g.....	40
Figure II. 19: Représentation de la force en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g.....	40
Figure II. 20: Représentation de la force en fonction de l'accélération durant un cycle pour un boîtier vide	41
Figure II. 21: Représentation de la force en fonction du déplacement durant un cycle	42
Figure II. 22: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération dans le cas du boîtier seul.	42
Figure II. 23: Représentation de la masse dynamique du système vide en fonction de l'accélération	43
Figure II. 24: Représentations des différentes quantités énergétiques en fonction de l'accélération pour tous les taux de remplissage pour les grains de verre.....	44
Figure II. 25: Courbe gauche - Représentation de la force en fonction de l'accélération au cours d'un cycle ; Courbe droite - Représentation de la force en fonction du déplacement pendant un cycle. En rouge est la représentation de la force du fondamental en fonction de son déplacement. Les mesures sont pour $V_g = 36.9$ ml de grain de verre et $\gamma_1 \approx 3g$	45
Figure II. 26: Représentations des différentes quantités énergétiques en fonction de l'accélération pour tous les taux de remplissage pour les grains d'acier	45
Figure II. 27: Courbe Gauche - Représentation de la force en fonction de l'accélération pendant un cycle. Courbe Droite - Représentation de la force en fonction du déplacement pendant un cycle. En rouge est la représentation de la force du fondamental en fonction de son déplacement. Les mesures sont pour $V_g = 36.9$ ml de grain d'acier et $\gamma_1 \approx 3g$	46
Figure II. 28: Représentation du facteur d'amortissement maxi en fonction de la masse réduite	48
Figure II. 29: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'amplitude d'excitation pour tous les niveaux de remplissage pour chacun des grains de verre et d'acier	49
Figure II. 30: Représentation du facteur de perte maxi en fonction de la masse pour différents valeurs de rayons	51
Figure II. 31: Evolution du facteur de perte maxi en fonction de la masse pour deux matériaux différents	52
Figure II. 32: (a) Masse effective en fonction de l'amplitude d'excitation (b) ratio entre le différentiel de la masse effective et le boîtier vide par la masse des grains	53
Figure II. 33: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accél pour différents fréquences d'excitation pour chacun des grains de verre et d'acier	54
Figure III. 1: Processus de modélisation par la méthode DEM.....	58
Figure III. 2: Algorithme Sweep And Prune, où AABB de chaque sphère est représenté par des valeurs minimal et maximale le long de chaque axe. La formation d'un chevauchement es due à la présence du chevauchement le long des trois axes Dans cet exemple, $(\tilde{P}_1 \cap \tilde{P}_2) \neq 0$ et $(\tilde{P}_2 \cap \tilde{P}_3) \neq 0$	63
Figure III. 3: Modélisation des forces normale et tangentielle	64
Figure III. 4: Evolution du paramètre α en fonction du coefficient de restitution e	66
Figure III. 5: Boucle de simulation typique	71
Figure III. 6: Code YADE écrit par le langage Python	71
Figure III. 7: Estimation de la durée de vol numériquement	73
Figure III. 8: Représentation du facteur de perte réduit estimé analytiquement en fonction de l'accélération	76

Figure III. 9: Représentation du facteur de perte pour le cas d'une colonne de sphères en fonction de l'accélération	77
Figure III. 10: Représentation du facteur de perte (traits continus) estimé analytiquement par l'équation (3.60), obtenu expérimentalement pour chacun des grains de verre et d'acier (cercle et triangle, respectivement), pour un volume de grain = 18:5 ml et une amplitude d'excitation égale à 7g , pour 46 Hz (bleu), pour 86 Hz (vert) et 166 Hz (rouge). Les données sont issues des résultats montrés dans la figure (II.33).	80
Figure III. 11: Modélisation du premier protocole numérique	82
Figure III. 12: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée par la gravité de pesanteur	83
Figure III. 13: Présentation des différents paramètres cinématiques du système relativement à une amplitude d'accélération égale à 1.25 g (vert : particule ; bleu : plan).....	84
Figure III. 14: Présentation des différents paramètres cinématique du système relativement à une amplitude d'accélération égale à 2.5 g (vert : particule ; bleu : plan).....	85
Figure III. 15: Présentation des différents paramètres cinématiques du système associé à une amplitude d'accélération égale à 4.6g (vert : particule ; bleu : plan)	86
Figure III. 16: Présentation des différents paramètres cinématiques du système associé à une amplitude d'accélération égale à 6g (vert : particule ; bleu : plan).....	87
Figure III. 17: Simulation d'une colonne de particules sur un plan oscillant à 166 Hz	88
Figure III. 18: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération adimensionnée	89
Figure III. 19: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de coefficients de restitution	90
Figure III. 20: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de masse	91
Figure III. 21: Représentation du facteur de perte maxi en fonction de la quantité de masse introduite	92
Figure III. 22: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée pour différents nombre de particule.....	93
Figure III. 23: Représentation du facteur de perte maxi en fonction du nombre de particules utilisées	94
Figure III. 24: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de module élastiques.....	95
Figure III. 25: Représentation du facteur de perte maxi en fonction du module élastique.....	95
Figure III. 26: Représentation du rapport entre temps de collision et période d'oscillation en fonction du module élastique.....	96
Figure III. 27: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de rayons.....	97
Figure III. 28: Représentation de la masse dynamique simulée en fonction de l'amplitude d'excitation pour ng grains d'acier de rayon de 5mm.	98
Figure III. 29: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour deux colonnes de sphères en acier et en verre à 160 Hz.....	100

Liste des tableaux

Tableau II. 1: Propriétés mécanique du milieu granulaire	44
Tableau II. 2: Relation entre la masse et le nombre des particules	50
Tableau III. 1: Comparaison entre les logiciels d'implémentation de la méthode DEM	61
Tableau III. 2: Comparaison entre les logiciels gratuits pour l'implémentation de la méthode DEM ..	61
Tableau III. 3: Détails de la simulation pour une colonne de sphères en Verre et une autre en Acier	99

Nomenclature

A

AABB Axis-Aligned Bounding Boxes

API Application Programming Interface

C

CFD Computational Fluid Dynamics

CFDEM Computational Fluid Dynamics Discrete Element Method

CPU Central Processing Unit

D

DDA Discontinuous Deformation Analysis

DDL Degrés De Liberté

DE Dynamique Evènementielle

DEM Discret Element Method

E

EDEM Leading Discret Element Method

I

IBBM Inelastic Bouncing Ball Model

K

KPI Key Performance Indicator

L

LAMMPS Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator

LIGGGHTS LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulations

M

MBD MultiBody Dynamics

N

NSCD Non Smooth Contact Dynamics

P

PFC Particle flow code

S

SDEC Spherical Discrete Element Code

Y

YADE Yet Another Dynamic Engine

INTRODUCTION GENERALE

Partout dans la nature, allant de l'échelle de la molécule jusqu'aux grandes structures, les vibrations se présentent comme un phénomène résultant d'une interaction spontanée ou bien intentionnelle avec le milieu extérieur. Dépendant du champ d'application, une vibration mécanique peut être un outil ou bien une contrainte. Par exemple, pour faire chauffer un repas on peut faire recours à l'agitation des molécules par des ondes (principe des micro-ondes). Aussi, selon la théorie des cordes, la façon avec laquelle les cordelettes (constituant toute particule) vibrent semble expliquer la source de différences entre les caractéristiques de chaque matière. D'autre part, les vibrations non souhaitées peuvent être sources de grandes nuisances. En effet, les habitants d'un bâtiment situé près d'une station de métro peuvent sentir l'effet de la vibration du sol. Les séismes peuvent engendrer des dégâts plus néfastes. Dans le monde industriel, les vibrations peuvent aussi être cause de l'usure rapide des machines ou bien des véhicules. Dans ce contexte, plusieurs études se sont concentrées sur le développement d'outils d'amortissement de ces vibrations nocives. Nos recherches s'inscrivent dans ce contexte, afin d'atteindre une plus grande compréhension d'un type d'amortisseur en particulier : l'amortisseur passif par milieux granulaires.

Bien que ce type d'amortisseur soit largement déployé, la compréhension de son mode de fonctionnement et les différents types d'interactions qui le régissent reste limitée. La majorité des recherches ont fournis des résultats empiriques sans pouvoir généraliser un comportement unique pour les milieux granulaires. Le but de ce travail est d'étudier le comportement d'un échantillon de particules et de dégager des interprétations et observations valides indépendamment de la géométrie des grains ou bien de leurs matières. La réponse aux questions suivantes sera le centre d'intérêt de ce travail: Quels sont les facteurs impactant l'amortissement dans un amortisseur par milieux granulaires ? Quels types d'interactions existent au sein d'un milieu granulaire ? Existe-t-il un comportement unique pour chaque type de grain ?

Ce rapport de thèse comporte trois chapitres : le premier chapitre portera sur une étude bibliographique qui servira comme un état de l'art dont le but est de présenter les travaux qui ont porté sur ce sujet, présenter des analyses théoriques portant sur les caractéristiques que peuvent présenter les milieux granulaires et aussi lister quelques techniques de modélisations d'un tel type d'amortisseur. Cette revue servira pour introduire le deuxième chapitre où on détaillera les différentes simulations expérimentales et analyses effectuées aux cours de ce travail de recherche.

Introduction Générale

Finalement, le troisième chapitre sera dédié à une analyse numérique pour corroborer les observations expérimentales et les modèles développés dans les chapitres précédents.

Chapitre 1 : Analyse bibliographique

La présence de vibrations non souhaitées dans les structures est souvent un souci pouvant causer l'usure voire la défaillance d'une ou de plusieurs composantes intervenant dans un cycle de travail. Trois approches peuvent être retenues pour réduire les vibrations. La première consiste à supprimer ou bien annuler la source de bruit causant la vibration par le moyen d'un signal opposé à la source primaire du bruit : il s'agit de méthodes actives. La deuxième approche consiste à limiter le transfert de vibrations entre la source vibrante et la structure en question : on parle alors de techniques d'isolation vibratoire. La dernière technique consiste à atténuer l'amplitude des vibrations structurales ayant des fréquences placées au voisinage des fréquences propres de la structure permettant d'atténuer les résonances de la structure. Ces approches représentent en effet le centre d'intérêt de plusieurs recherches qui ont été fondées sur des optiques différentes : l'amortissement des vibrations par le biais d'amortisseurs actifs, hybrides ou bien passifs.

1. Revue des techniques d'amortissement des structures vibratoires

1.1. Amortissement actif

L'amortissement actif consiste à réduire l'amplitude et la durée d'une oscillation en utilisant des moyens actifs externes comme un contrôleur. Les amortisseurs actifs sont basés sur le principe selon lequel l'accélération d'une masse suspendue donnera lieu à une force de réaction au niveau de la structure de support. Un capteur embarqué surveille les vibrations de la structure de support. Les lectures de capteurs sont envoyées à un contrôleur de rétroaction externe qui pilote l'actionneur interne du dispositif d'amortissement actif. De ce fait, par le biais des amortisseurs actifs, on est capable de contrôler les vibrations à chaque instant.

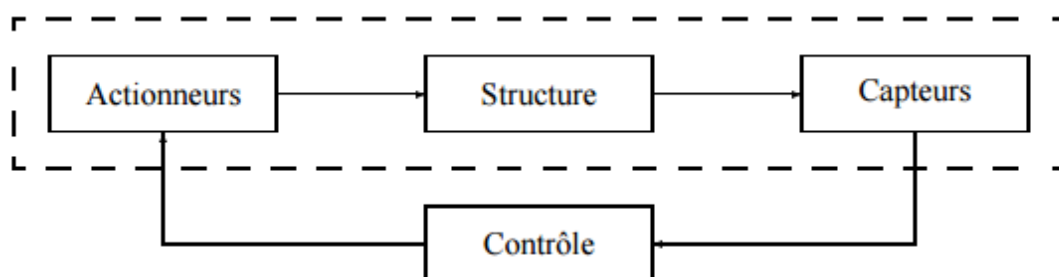


Figure I. 1: Definition d'un amortisseur actif

Les applications de la technique de l'amortissement actif sont très répandues car elle présente plusieurs avantages permettant un control de robustesse puisque la performance de ces dispositifs dépend des sensibilités et la configuration du capteur et du contrôleur. Aussi, un aspect additif caractérise cette méthode. En d'autres termes, plus on ajoute des dispositifs d'amortissement actif à la structure, plus on aura d'amortissement. L'utilisation de structures dite « intelligentes » à partir de la structure de base permet d'exploiter les caractéristiques de la matière utilisée via des contraintes avec des facteurs externes tels que la présence d'un champ magnétique ou bien électrique. Les polymères piézoélectriques, les matériaux à mémoire de forme et les matériaux magnétostrictifs sont considérés comme les matériaux intelligents les plus adoptés [1].

L'industrie d'automobile est un témoin de l'efficacité de cette technique qui a exploité les amortisseurs actifs pour améliorer la suspension des voitures, dites « suspensions actives » [2].

Même si l'approche de l'amortissement actif des vibrations d'une structure présente beaucoup de potentiel, elle reste une méthode assez couteuse, complexe et fortement dépendante de la sensibilité et la technologie des capteurs et des contrôleurs utilisés. Aussi, une des limites de cette technique est la nécessité d'une source d'alimentation pour les composants électriques embarqués dans le dispositif d'amortissement actif.

1.2. Amortissement hybride

L'amortissement Hybride, ou bien appelé amortissement Actif-Passif, est une technique qui fait recours aux amortisseurs actifs mais aussi aux amortisseurs passifs. Les amortisseurs hybrides ont été introduits par Karnopp and Crosby [3] dans les années 1970. La finalité est d'avoir un système robuste et indépendant, propriétés de l'amortisseur passif, mais aussi ajustable et performant comme le sont les amortisseurs actifs. La robustesse est expliquée par le fait que le système reste amorti même si un problème se manifeste au niveau du contrôleur actif. Le système gagne en performance grâce au contrôle actif des vibrations pour les très basses fréquences.

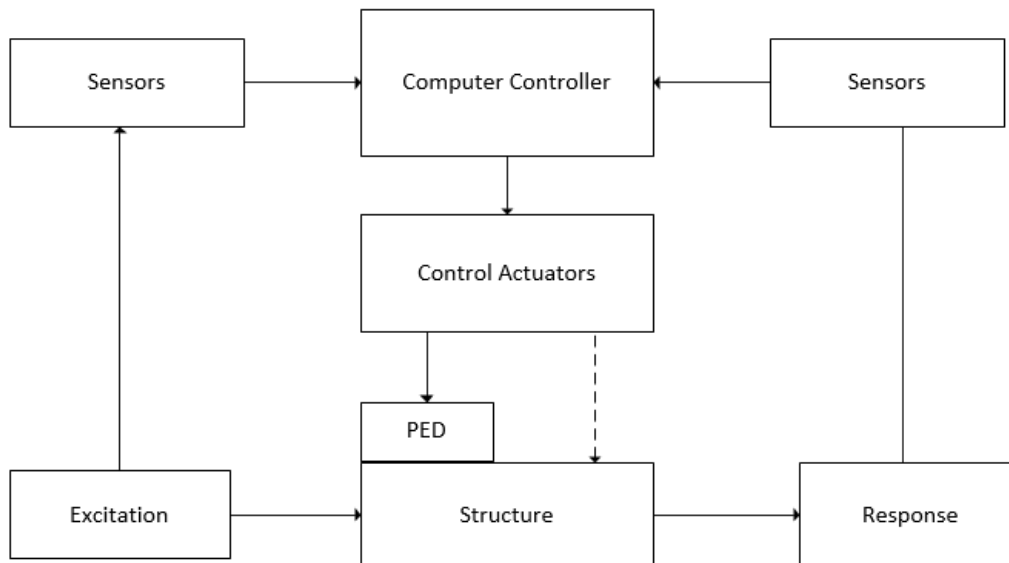


Figure I. 2: Définition d'un amortisseur Hybride

Bien que les amortisseurs hybrides présentent des avantages multiples ils héritent des limites des amortisseurs actifs.

1.3. Amortissement passif

L'amortissement passif consiste à transformer l'énergie mécanique de la structure causant la vibration en énergie thermique sans recours à une énergie extérieure.

Les techniques passives sont considérées comme stables, à sécurité intrinsèque et exigeant de faibles puissances. Johnson (1995) [4] présente une revue des techniques conçues pour l'amortissement passif pour le contrôle des vibrations : amortissement par matériaux viscoélastiques, fluides visqueux, magnétisme et la piézoélectricité passive. L'amortissement par impact « impact damping » a été aussi retenu comme une des solutions attractives dans le monde des amortisseurs passifs. Friend & Kinra [5] ont étudié ce type d'amortisseur en 2000 afin de présenter ses avantages.

L'emploi de matériaux viscoélastiques est l'un des moyens les plus répandus d'amortissement passif. L'amortissement viscoélastique est réalisé en convertissant l'énergie stockée de déformation élastique de la structure vibrante en chaleur. Toutefois, les propriétés d'amortissement de matériaux viscoélastiques sont fortement dépendantes de plusieurs paramètres, dont la vitesse de déformation et la température.

D'autre part, l'utilisation d'amortissement par milieux granulaires est un moyen pour réaliser un amortissement élevé structurel par l'utilisation d'une enceinte remplie de particules fixée à la

structure dans une région de grands déplacements. Les particules absorbent l'énergie cinétique de la structure et le convertissent en chaleur par les collisions inélastiques entre les particules et l'enceinte, et entre les particules elles-mêmes.

Indépendamment de la technique conçue pour l'amortissement passif, les recours à la méthode d'amortissement passif ont été traduits dans divers champs d'applications tel que l'industrie pétrolière [6] le domaine de la construction de bâtiments [7] afin d'augmenter leurs résistances contre les séismes, pour atténuer les vibrations au niveau des ailettes de turbines comme décrit par Paget [8], dans l'industrie aéronautique [9] ainsi que dans l'industrie d'automobile [10].

1.4. Motivation et approche

Ce travail de recherche est dédié à l'étude de la réponse de l'une des techniques d'amortissement passif : l'amortissement passif par milieux granulaires. Le choix d'amortisseurs passifs est justifié par les nombreux avantages que présente cette technique comme la robustesse et le faible entretien qu'ils nécessitent. Toutefois, un choix optimal des facteurs qui influencent la réponse de l'amortisseur s'avère nécessaire.

Une étude approfondie des expériences fondées dans cette optique ainsi que des techniques de modélisations sera menée pour établir les protocoles qui seront utilisés expérimentalement. Dans ce qui suit, les méthodes de modélisation numérique les plus répandues seront également analysées pour choisir la technique la plus adaptée, à même de valider les résultats issus des expériences.

2. Amortissement passif par milieux granulaires

La technique d'amortissement par milieux granulaires est une dérivée de la technique de l'amortissement par impact « impact damping ». L'amortissement par impact se réfère à une seule masse auxiliaire dans une cavité de taille plus large que celles utilisées lorsqu'il s'agit de l'amortissement par milieux granulaires. Comme son nom l'indique, la technique de l'amortissement par milieux granulaires implique plusieurs masses auxiliaires afin d'atteindre un amortissement des vibrations. Le principe est de supprimer l'énergie des vibrations grâce aux pertes d'énergies qui se présentent au moment de l'impact des particules entre elles, qui se déplacent librement au sein de la cavité reliée au système primaire, mais aussi au moment de l'impact des particules avec ses parois.

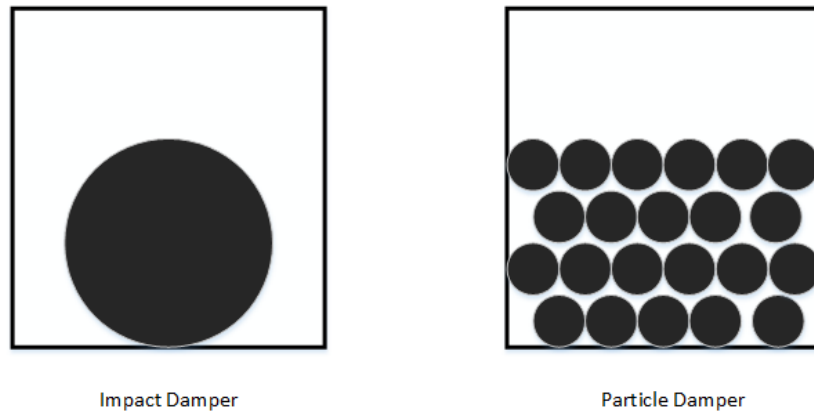


Figure 1. 3: Amortisseurs par milieux granulaires et amortisseurs par Impact

En raison de la capacité des amortisseurs par milieux granulaires de fonctionner à travers une large gamme de températures et de fréquences et d'avoir une plus longue durée de vie, ils ont été utilisés dans des applications telles que les structures de navette spatiale [11], à atténuer les vibrations des structures civiles, et même dans les raquettes de tennis.

Dans la pratique, les amortisseurs de particules sont des amortisseurs fortement non linéaires dont la dissipation d'énergie, ou l'amortissement, est dérivée d'une combinaison de mécanismes de perte, y compris la friction et les échanges d'énergie cinétique.

2.1. Revue des études expérimentales

Cempel et Lotz [12] ont effectué l'expérience avec huit types d'enceintes différentes, inclus des enceintes sous forme de sacs en plastique, des boîtes en métal et des boîtes en plastique. Les auteurs sont arrivés à la conclusion que l'enceinte la plus efficace est un sac en plastique dur qui a donné un coefficient de restitution proche de zéro, un fonctionnement silencieux et le deuxième plus grand coefficient de perte.

Hollkamp et Gordon [13] ont essayé de dégager l'ensemble des paramètres avec lesquels l'amortissement est maximal. Ils ont effectué des tests avec sept types de particules de matériaux, tailles et formes différents. Ils ont mis en évidence que l'amortissement par milieux granulaires est fortement dépendant de l'amplitude d'excitation, de la taille des particules et de la masse introduite.

Selon les degrés de liberté des particules dans l'enceinte, d'autres modèles ont été introduit tel que l'amortissement non-obstructif par milieux granulaires « non-obstructive particle damping». Ce modèle est défini en perçant des trous de petit diamètre (ou cavités) à des emplacements appropriés à l'intérieur de structures vibrantes et en remplissant ces trous avec des niveaux appropriés de particules qui donnent l'efficacité maximale d'amortissement pour des modes de

fréquences désirées [14]. La nature du modèle n'autorise qu'un seul degré de liberté aux particules, ce qui simplifie la tâche de calcul des équations de mouvement et du transfert énergétique du système. Panossian [15] a introduit initialement cette technique pour réduire les vibrations au niveau du moteur des navettes spatiale.

D'autres expériences ont permis d'analyser l'effet de la direction de l'excitation ; on distingue les expériences qui utilisent une excitation verticale (direction de la gravité) et une direction horizontale (direction normale à la gravité). Friend & Kinra [5] ont réalisé une étude expérimentale sur une poutre cantilever vibrant librement dans le plan vertical avec un amortisseur par milieux granulaire fixé à l'extrémité de la poutre. Ils ont démontré qu'un amortissement très élevé pouvait être atteint. Ils ont étudié en particulier l'influence de l'espace libre entre les particules et le sommet de la cavité ainsi que l'amplitude d'excitation sur la capacité d'amortissement du système. Les mécanismes fondamentaux des impacts entre particules et parois ont été analytiquement étudiés. Ils ont aussi rapporté que l'effet de la pesanteur sur l'amortissement diminue à grande accélération. Leur travail a été ensuite poursuivi par Marhadi & Kinra [16] qui ont étudié les effets du rapport entre la masse des grains et la masse du système à amortir, du type de matériau et du nombre de particules sur l'amortissement pour un amortisseur par milieux granulaires attaché à l'extrémité d'une poutre cantilever vibrant dans le plan vertical.

Sadek [17,18] a examiné les effets de gravité sur la réponse des amortisseurs par impact « impact dampers » excités par une force normal à la gravité et a trouvé que ces amortisseurs fonctionnent le mieux en absence de gravité. L'effet de la gravité peut être contourné dans le cas où l'accélération de l'enclume est suffisamment élevée. Ceci peut être effectué soit par l'augmentation de l'amplitude d'excitation, soit par l'augmentation de la fréquence d'excitation. Dans la même optique, Yasuda et Toyoda [19] ont examiné l'influence de la masse, du coefficient de restitution, ainsi que la mise en série de plusieurs amortisseurs par milieux granulaires soumis à une vibration horizontale. Ils ont constaté que la performance des amortisseurs combinés est équivalente à la somme de l'amortissement d'une unité individuelle.

2.2. Caractérisation d'un milieu granulaire

Les milieux granulaires présentent plusieurs caractéristiques dont la compréhension est indispensable pour pouvoir analyser les résultats expérimentaux et être capable d'en tirer des conclusions.

La complexité des milieux granulaires est dû aux innombrables spécificités qu'ils présentent, dont on distingue des caractéristique d'ordres mécaniques, chimiques et géométriques.

2.2.1. Spécificités de la matière granulaire

Un milieu granulaire pourra être considéré comme un système de solides dont l'étude est généralement basée sur les lois de la mécanique classique de solide (élasticité, frottement, lois de la thermodynamique, plasticité, etc). Toutefois, l'étude du comportement indépendant des grains devra être complétée par l'analyse des différentes interactions présentes dans ce système entre les particules. La complexité de l'étude de ces interactions est alors fortement liée au nombre de particules présentes dans le système (une cuillère de sucre compte environ 10^5 de grain de sucre).

La taille des grains jouent encore un rôle déterminant pour déterminer l'approche utilisée dans l'analyse du comportement du milieu granulaire ; les poudres par exemples (particules de tailles inférieure à $10\mu\text{m}$) sont sujets à des forces cohésives différentes (Forces de Van Der Waals, forces électrostatique, etc) et une approche purement mécanique (en considérant uniquement les contacts standards qui existent dans les milieux granulaires) reste incomplète.

D'autres propriétés se présentent en étudiant les états possibles du milieu granulaire en écoulement. En effet, selon l'assemblage des grains par rapport à leur milieu ambiant, on définit trois états possibles par analogie avec les états de la matière : Etat « solide », état « liquide » et état « gazeux ». L'état que présente le système dépend fortement de l'énergie qu'il reçoit du milieu extérieur. Il est à noter que plusieurs états possibles peuvent se présenter à la fois dans un milieu granulaire. Dans ce cas, la prédiction du changement d'état ou « changement de phase » (par analogie à la thermodynamique) est souvent difficile et ajoute une complexité de calcul lors de la phase de modélisation. L'écoulement du milieu granulaire dépend également de la viscosité du fluide (air ou bien eau) avec lequel les particules sont en contacts. Trois régimes sont présents : écoulements laminaires, écoulements transitoires et écoulements turbulents. Ces régimes sont caractérisés par un nombre adimensionnelle qui est le nombre de Reynolds (R_e) qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité :

$$R_e = \frac{V \times L}{\nu} \text{ avec } \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.1)$$

Où V est la vitesse caractéristique du fluide, L est une dimension caractéristique, ν est la viscosité cinématique du fluide, μ est la viscosité dynamique du fluide et ρ est la masse volumique du fluide.

De façon générale, pour des Reynolds faibles, les forces visqueuses sont plus importantes que l'effet de l'inertie.

Une analyse des milieux granulaires ne peut toutefois pas être sujet d'une simple déclinaison des lois de la mécanique classique sur des particules indépendantes: l'étude des contacts qui peuvent avoir lieux lors d'un mouvement est indispensable. Lors d'un contact, les grains peuvent gagner ou

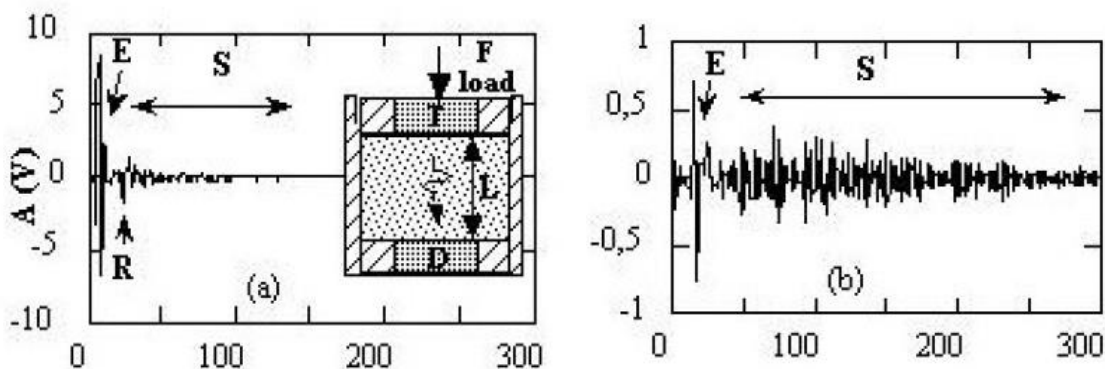
céder de l'énergie menant à un changement quasi-continu de la position, de la vitesse et de l'accélération des particules et même à un changement d'état du système ou à un réarrangement de l'empilement des grains après un certain temps. Les contacts entre particules peuvent également engendrer un changement de la géométrie des grains en les déformant de manière permanente. La théorie de Mohr-Coulomb définit le modèle de plasticité le plus simple permettant de déterminer un critère de rupture au-delà duquel le milieu granulaire sort de son domaine élastique.

Ces multitudes caractéristiques qui décrivent les milieux granulaires rendent difficile sa description sous forme d'une équation universelle. En générale, les lois trouvées (issues des observations expérimentales) sont limitées à des conditions bien spécifiques (la matière des grains, la géométrie, la direction et la fréquence d'excitation, l'empilement des grains, etc.) et ainsi à des domaines d'applications restreints.

2.2.2. Propagation d'onde dans les milieux granulaires

2.2.2.1. Propagation des ondes sonores et ultrasonores

L'étude et la compréhension des ondes acoustiques propagées dans les milieux granulaires sont le sujet de recherches depuis plusieurs dizaines d'années. Particulièrement, JIA et al [20] ont analysé le signal reçu après son parcours à travers un ensemble de grain (billes de verre) et ils ont pu dégager les différentes informations nécessaires de ce signal. Le montage expérimental développé est composé d'un transducteur ultrasonore de compression (la membrane vibre uniformément de quelques nanomètres) qui émet une impulsion de courte durée de $2\mu s$ centrée en 500kHz avec une bande passante entre 20kHz-1MHz. La génération de ces impulsions excite des ondes de compression et de cisaillement. Le signal reçu par le détecteur est visualisé sur un oscilloscope.



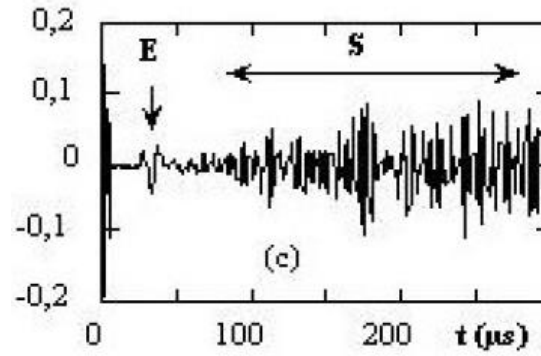


Figure I. 4: Signal ultrasonore mesuré par un transducteur piézo-électrique de 12mm de diamètre dans un empilement de billes de verre poly-disperses (diamètre d) sous un chargement œdométrique à $P=0.75$ MPa , (a) $d = 0.2 - 0.3$ mm, (b) $d = 0.4 - 0.8$ mm, (c) $d = 1.5 \pm$

Le signal reçu est composé d'une onde directe (E) provenant d'une onde cohérente, d'une onde réfléchie (R) suivit d'un train d'onde (S) qui correspond aux ondes multiples diffusées de l'onde principale.

L'analyse du spectre de Fourier de l'onde transmise (E) pour différents empilements montre l'existence d'une fréquence de coupure ($\omega_c/2\pi$) qui dépend de la taille des grains et de la vitesse de propagation de l'onde E (La vitesse V de propagation d'onde est déterminée à partir du retard entre l'envoi et l'arrivée du signal(E)). Les résultats expérimentaux trouvés ont permis d'établir la relation suivante :

$$\omega_c d \cong 2\pi V \leftrightarrow d \cong \frac{2\pi V}{\omega_c} = \lambda \quad (1.2)$$

Où λ est la longueur d'onde du signal à une fréquence $\omega_c/2\pi$ et d est le diamètre des grains.

De ce fait, à la fréquence de coupure, on retrouve que le diamètre du grain est égale à la longueur d'onde du signal émis. Pour des fréquences $\omega/2\pi$ supérieures à la fréquence de coupure $\omega_c/2\pi$, l'onde n'est pas transmise mais plutôt diffusées. La figure (I.4) montre que le signal diffusé devient plus important quand la taille du grain et la longueur d'onde donnée sont presque similaire.

2.2.2.2. Propagation d'onde de déformation dans une colonne de sphères

Lors d'un impact d'une colonne de sphères avec un plan rigide, une onde de déformation élastique se propage le long de son axe. L'impact donne lieu à une phase de compression puis une phase de dilatation. La durée de l'impact entre la colonne et le plan correspond à la durée nécessaire à l'onde de déformation pour faire un aller retour de la colonne de sphères [21]. En effet, cette déformation initialement présente entre la paroi et la particule directement en contact se propage d'une particule à une autre pendant l'impact. Le choc initial crée une onde de compression qui se propage vers le haut le long de la colonne de sphères, puis se transforme en une onde de dilatation dans le sens

opposé. Lorsque cette onde de dilatation arrive à la surface de la paroi, la colonne de sphères ne sera plus en contact avec elle et commence à se détacher et les particules se séparent les unes des autres avec des vitesses et des distances différentes.

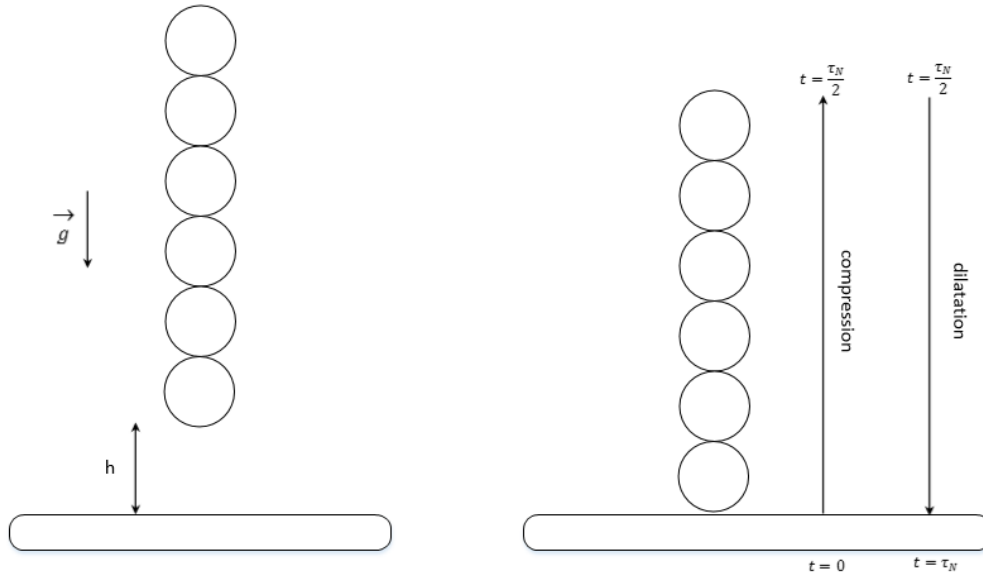


Figure I. 5: Direction de l'onde de déformation dans une colonne de N sphères après une collision avec un plan rigide

Hertz définit la durée d'impact d'une particule en chute libre depuis une altitude h sur un plan comme étant :

$$\tau_1 = 2.94 \left(\frac{5 \times m}{4 \times K} \right)^{2/5} \times v_{imp}^{-1/5} \quad (1.3)$$

Avec v_{imp} est la vitesse de la particule juste avant la collision, égale à $\sqrt{2 \times g \times h}$

Falcon et al [21] ont démontré que la durée d'impact pour N particules n'est pas égale à N fois la durée d'impact d'une seule particule avec le plan et suit la relation suivante :

$$\tau_N = (N - 1)T_q + \tau_1 = N \times T_q + (\tau_1 - T_q) \quad (1.4)$$

Où T_q est une valeur empirique définit comme le temps à ajouter à la durée d'impact τ_N pour une colonne de N sphères pour obtenir la durée d'impact τ_{N+1}

$$T_q = \Delta\tau_N \equiv \tau_{N+1} - \tau_N \quad (1.5)$$

Il est à noter que la valeur T_q dépend de la valeur l'altitude de chute h.

Les mesures du couple (τ_1, T_q) montrent que $(\tau_1 - T_q) \ll 1$. La relation de la durée d'impact peut alors être assimilée à :

$$\tau_N = N \times T_q \quad (1.6)$$

L'intérêt de cette relation est la mise en place d'une équation simplifiée entre la vitesse de l'onde de propagation et la valeur empirique T_q . En effet, la distance parcourue par l'onde de déformation est égale à $(4RN)$, ce qui justifie l'indépendance de la vitesse de propagation d'onde de déformation avec le nombre de particules composant la colonne.

$$v_{\text{onde propagation}} = \frac{4RN}{\tau_N} = \frac{4R}{T_q} \quad (1.7)$$

Après la période de contact τ_N , les particules commencent à se détacher à cause de la redistribution d'énergie dans le système pendant la collision (et non pas suite à des phénomènes dissipatifs). Cette redistribution est en effet présente car l'énergie de propagation au sein de la colonne de sphères est dispersive. Cette redistribution dépend fortement de la nature intrinsèque des interactions entre les particules. Il a été démontré [21] que la séparation entre les particules, lors du détachement, dépend du nombre N (la séparation augmente avec le nombre N). Le phénomène de dispersion est alors un précurseur de la fluidisation du système granulaire vibrant.

D'autre part, vu que la collision engendre une perte d'énergie, la dissipation a tendance à réduire cette séparation entre les particules et alors à stimuler la phase solide (condensée) du milieu granulaire. De ce fait, on considère que la dispersion et la dissipation sont deux phénomènes antagonistes.

2.3. Interactions des milieux granulaires

2.3.1. Contact élastiques et frictionnels entre particules

Dans cette partie, on s'intéressera aux milieux granulaires grossiers (dont la taille est supérieure à $100\mu\text{m}$) et les interactions qui peuvent se présenter entre les particules dans un tel système.

La description des interactions entre les particules dans un milieu granulaire repose sur différents phénomènes physiques. A l'échelle énergétique, on distingue les collisions élastiques, où l'énergie cinétique est conservée avant et après le choc, des collisions inélastiques, où une quantité de l'énergie cinétique sera transformée sous d'autres formes (chaleur, déformation, onde sonore, etc): on parle de dissipation. Isaac Newton a défini en 1687 le coefficient de restitution qui est le rapport entre la vitesse relative après le choc par la vitesse relative avant le choc. Ce coefficient est une caractéristique de la matière et donne une idée de la nature des collisions: pour une collision élastique, ce coefficient est égal à 1.

Dans la pratique, il n'existe aucun matériau qui possède un coefficient de restitution égal à 1: aucun choc purement élastique n'est pratiquement possible.

Dans un milieu granulaire, les particules subissent une déformation élastique suite aux contacts particule/particule ou bien particule/paroi. En générale, une déformation élastique peut se représenter par deux modèles ; le cisaillement et la traction-compression. Robert Hooke a exprimé en 1678 une loi (loi de Hooke), qui est une loi de traction-compression, avec laquelle il exprime une relation de linéarité entre l'allongement et la force.

$$F = k \times \Delta l \quad (1.8)$$

Avec F = Force de traction/compression, Δl est la variation de longueur et k est la raideur de la pièce. Une relation similaire est présente aussi dans le modèle de cisaillement où une linéarité existe entre la contrainte de cisaillement et l'angle de déformation relative.

Lors d'un contact entre deux particules sphériques, une déformation (variable selon l'élasticité de la matière) des particules a lieu. La surface de contact est ponctuelle au début et évoluera en un disque de rayon r . Dans ce contexte, Hertz a établi une description de la contrainte au sein de deux sphères en contact. La loi de Hertz explique que la surface de contact est variable selon le degré d'enfoncement:

$$r^2 \cong R \times \delta \quad (1.9)$$

Avec R le rayon de la sphère et δ est l'enfoncement.

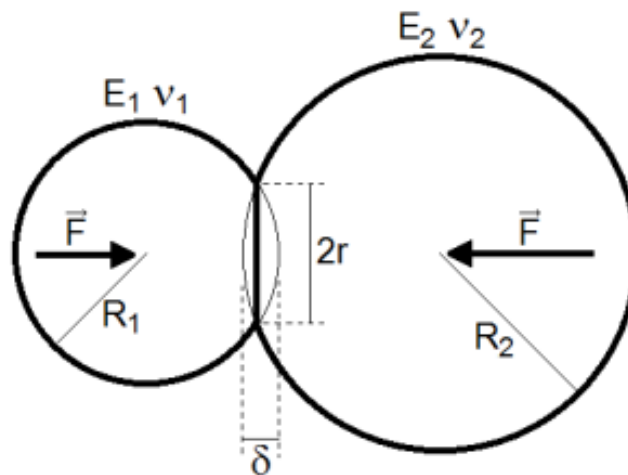


Figure I. 6: Modélisation de contact de Hertz

Il a été démontré aussi que l'enfoncement n'est pas linéaire à la force appliquée (contrairement au comportement de la matière obéissant à la loi de Hooke) :

$$F \propto \delta^{3/2} \quad (1.10)$$

Combinant les équations (9) et (10), on en déduit que la surface de contact est fortement dépendante de la force appliquée et répond à la relation d'équivalence suivante:

$$a \propto F^{1/3} \quad (1.11)$$

Rappelons que cette description suppose un comportement élastique, défini par les critères de limite élastique tel que le Critère de Tresca, Critère de Von Mises, Critère de Rankine, etc.

Par ailleurs, d'autres considérations doivent être prises en compte et participent à la compréhension du caractère dissipatif des milieux granulaires. En effet, l'étude du frottement des grains lors d'un contact permet de déterminer l'effort tangentiel. Coulomb a permis d'élaborer trois lois :

« (1) : La force de frottement f est proportionnelle au poids P du solide posé sur le plateau horizontal.

(2) : Pour un poids P donné, cette force ne dépend pas de l'étendue des surfaces de contact, mais seulement de la nature de ces surfaces.

(3) : Pour la plupart des matériaux, le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse de glissement. » [22]

Coulomb décrit deux états, pour lesquels il définit deux coefficients: le coefficient de frottement statique (noté μ_0) et le coefficient de frottement dynamique (noté μ). Le coefficient de frottement statique donne la limite pour laquelle un déplacement est susceptible de se présenter. En d'autre terme, si la composante tangentielle T n'atteint pas une certaine valeur $T_0 = \mu_0 \times N$, il n'y aura pas de glissement avec un mouvement théoriquement possible (cas d'une roue). Lorsque la force appliquée dépasse cette valeur, on parle alors de glissement. La 3^{ème} loi de Coulomb propose que le coefficient de frottement dynamique μ soit indépendant de la vitesse de glissement et il suit la relation suivante :

$$T = \mu \times N \quad (1.12)$$

Il est à noter que dans la plupart des cas, μ_0 est supérieur à μ , ce qui explique le fait que l'effort nécessaire pour faire bouger de la matière est plus grand que celle nécessaire pour entretenir ce mouvement (une fois la condition de glissement est atteinte).

$$T \leq \mu_0 \times N \quad (1.13)$$

Compte tenu de ces différentes interactions, qui coexistent au sein d'un milieu granulaire, la mécanique des contacts doit les appliquer avec précision. En effet, lors d'un contact, les relations

issues des phénomènes de déformation élastique et de frottement sont valides et donnent lieu à un effort tangentiel (calculé à partir des lois de frottement en négligeant la déformation des grains) et un effort normal (calculé à partir de la théorie de l'élasticité et en négligeant le frottement).

2.3.2. Interactions cohésives entre particules

Dans cette section, on s'intéressera aux matériaux granulaires fin et ultrafin (poudre dont la taille des particules est inférieure à 10µm). Dans un tel système, les forces cohésives (force capillaire, électrostatique, forces de Van Der Waals) ne sont plus négligeables devant la force de pesanteur. Il convient alors de les considérer dans le bilan des forces appliquées sur le système.

2.3.2.1. Force électrostatique

Le frottement des particules entre elles-même ainsi qu'avec des parois entraîne l'apparition d'interactions électrostatiques. Considérons le cas de deux particules ponctuelles de charges q_1 et q_2 , séparées d'une distance d dans un milieu de permittivité ϵ . La force de Coulomb est donnée par:

$$F_{\text{électrostatique}} = \frac{|q_1 \times q_2|}{4\pi\epsilon d^2} \quad (1.14)$$

Selon le signe de q_1 et q_2 , cette force peut être soit attractive (q_1 et q_2 sont de même signes) ou bien répulsive (q_1 et q_2 sont de signes opposées). En d'autre terme, une particule peut en attirer une autre chargée de même signe et ainsi participer à la cohésion inter-granulaire.

Il est à noter que l'interaction électrostatique devient faible avec l'évolution de la distance de séparation entre les particules ($F_{\text{électrostatique}}$ est inversement proportionnelle à d^2). D'autre part, cette force devient négligeable devant la force de pesanteur pour les particules de diamètre supérieur à 100µm.

2.3.2.2. Forces de van Der Waals

Les forces de Van Der Waals représentent les interactions de nature électromagnétique qui s'applique à l'échelle de la molécule. Ces forces décrivent les interactions entre les dipôles qui se forment dans les molécules. La force de Keesom est en effet l'interaction résultante entre deux dipôles permanents, la force de London modélise l'interaction entre deux dipôles induits et la force de Debye exprime l'interaction entre un dipôle permanent et un autre induit.

Il est à noter que les forces de Van Der Waals sont sensibles à la distance (de l'ordre du nanomètre). Pour le cas d'un milieu granulaire solide, la force résultante (intégrée sur l'ensemble du système) est moins sensible à la distance. En considérant deux particules de rayon R et séparées par une distance d , cette force s'exprime par:

$$F_{VW} = \frac{AR}{12d^2} \text{ où } A \text{ est la constante de Hamaker} \quad (1.15)$$

2.3.2.3. Force capillaire

L'adhésion capillaire est un phénomène présent dans un milieu granulaire faiblement mouillé (milieu non-saturé ou bien tri-phasique) où des ponts capillaires liquides se développent. En effet, une attraction entre les particules est possible grâce au phénomène de capillarité via un film fin de liquide. Si on éloigne légèrement deux billes liées par un pont capillaire, elles tendent à se rapprocher d'où la comparaison de l'effet de l'eau dans ce cas à celui d'un ressort. Un exemple typique est le cas d'un château de sable qui ne peut tenir la forme que si le sable est un peu humide.

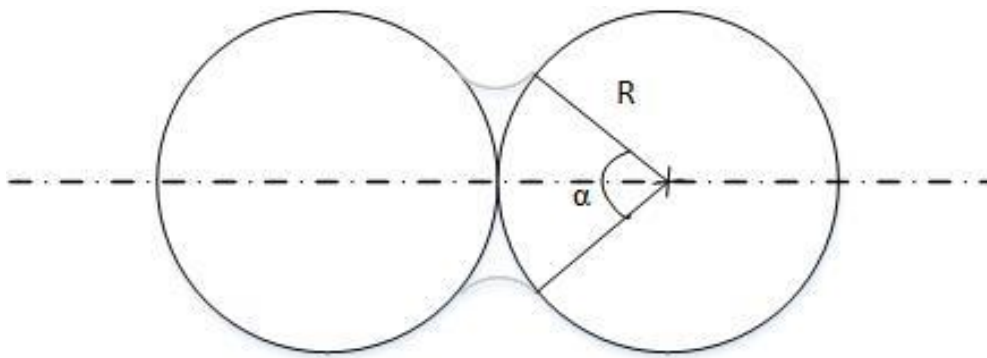


Figure I. 7: Pont liquide entre deux particules de rayons R

Considérons le cas d'un pont liquide qui se développe entre deux particules de rayons identiques R. α est l'angle de section mouillé et γ est la tension de surface entre le liquide et le solide. La force attractive capillaire s'écrit alors :

$$F_{capillaire} = \frac{2\pi R\gamma}{1+\tan\frac{\alpha}{2}} \quad (1.16)$$

2.3.3. Interactions particule-environnement

A l'échelle macroscopique, outre les interactions qui existent entre les particules, la force de pesanteur exercée sur les particules influe sur leurs déplacements. Cette force est exprimée par :

$$P = m \times g \quad (1.17)$$

Si on considère un milieu granulaire dans lequel il existe un contact avec un fluide (de l'air ou bien un liquide), le bilan de force doit tenir compte de la trainée. L'hydrodynamique étudie la trainée lorsque le fluide est un liquide tandis que l'aérodynamique traite la trainée lorsque le fluide est un gaz. De façon générale, cette force est exprimée par l'équation suivante :

$$F_t = \frac{1}{2} \rho \times S \times C_x \times V^2 \quad (1.18)$$

Avec ρ est la masse volumique du fluide, S est une surface de référence (le maître-couple du solide), C_x est le coefficient de trainée et V est la vitesse caractéristique du fluide.

Il est à noter que le coefficient de trainée dépend du nombre de Reynolds. Par exemple, si on examine la trainée hydrodynamique, pour les Reynolds faibles où les effets visqueux sont dominants, ce coefficient est inversement proportionnel à R_e pour une sphère :

$$C_x = \frac{24}{R_e} \quad (1.19)$$

Tandis que pour des nombre de Reynolds suffisamment élevés (>100) où le régime est turbulent, les effets du fluide n'influence pas la trajectoire des particules et donc l'effet de la viscosité est négligeable par rapport la force d'inertie. Dans ce cas, le coefficient de trainée est fixe et vaut 0.44 pour une sphère.

3. Techniques de modélisation de l'amortissement par milieux granulaires

3.1. Modèle analytique

De nombreux auteurs ont utilisé un modèle simplifié pour décrire le comportement de l'amortissement par milieux granulaires. Ils ont supposé que toutes les particules se déplacent comme une masse ponctuelle d'où on ramène l'étude d'un amortisseur par milieux granulaires à un amortisseur par impact « impact dampers » [23]. Cette approche a été utilisée par Friend et Kinra [5] qui ont idéalisé la poutre par une poutre standard d'Euler–Bernoulli vibrant dans son mode fondamental et l'enceinte comme une masse ponctuelle attachée à l'extrémité de la poutre. Dans un deuxième temps, la poutre continue est réduite à un système équivalent à un seul degré de liberté.

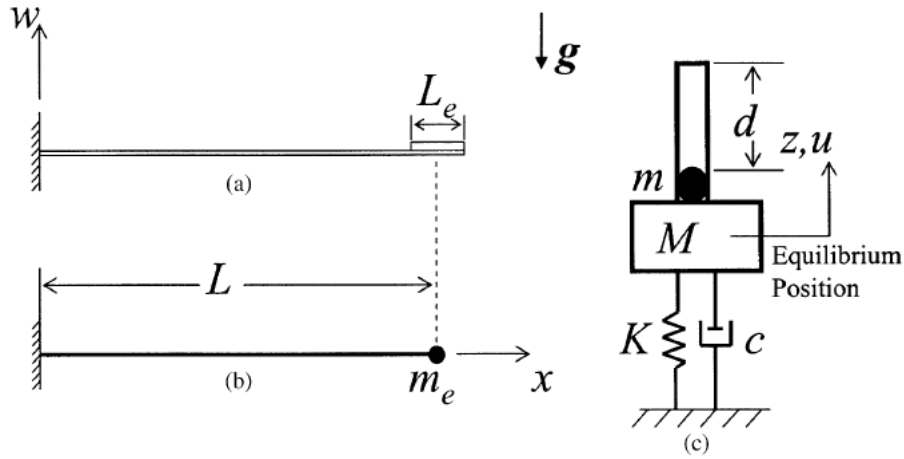


Figure I. 8: Etapes de modélisation analytique d'une enceinte remplis de grains attachée à une poutre [16]

Le problème se ramène alors à l'étude du comportement d'un système à un degré de liberté (1 ddl). Ce passage exige la détermination de la masse équivalente du système à 1 ddl, la raideur réduite et le coefficient d'amortissement réduit de la poutre vibrante. La masse équivalente du système s'exprime par :

$$M = 0.24 \times \rho \times A \times L + m_{enceinte} \quad (1.20)$$

Où M est la masse équivalente du système à 1 ddl, ρ est la masse volumique du matériau de la poutre, A est la surface d'une coupe transversale de la poutre, L est la longueur de la poutre et $m_{enceinte}$ est la masse de l'enceinte.

La raideur réduite K et le coefficient d'amortissement C sont données par :

$$K = \frac{3 \times E \times I}{L^3} \quad (1.21') \quad \text{et} \quad C = \frac{\Psi_b}{2 \times \pi} \times \sqrt{K \times M} \quad (1.21'')$$

Où E est le module d'Young, I est le moment d'inertie de la poutre et Ψ_b est l'amortissement intrinsèque du matériau de la poutre.

Avec ces données, la méthode analytique rend possible la détermination du ratio d'amortissement, de l'énergie dissipée par cycle ainsi que la capacité d'amortissement par cycle.

La capacité d'amortissement spécifique est définie comme le rapport entre l'énergie cinétique convertie en chaleur durant un cycle ΔT et le maximum d'énergie cinétique de la structure durant un cycle T.

$$C = \frac{\Delta T}{T} \quad (1.22)$$

Tel que ΔT représente l'énergie dissipée durant l'impact et elle est exprimée par :

$$\Delta T = \frac{1}{2}(1-R^2) \frac{m}{1+\mu} (v_p^- - v_2^-)^2 \quad (1.23)$$

Où μ est le rapport de la masse des particules relativement à la structure primaire et R est le coefficient de restitution.

Le maximum d'énergie cinétique de la structure est définie par :

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{M_r m}{M_r + m} \right) (v_p^- - v_2^-)^2 \quad (1.24)$$

3.2. Modèle de dynamique moléculaire

S. E. Olson [24] a utilisé la méthode de la dynamique des particules pour modéliser le comportement des amortisseurs par milieux granulaires et analyser les mécanismes de perte impliqués.

La méthode de la dynamique des particules est une méthode dans laquelle chaque particule est modélisée et leurs mouvements sont suivis. La procédure est un processus explicite avec un pas de temps approprié. Au cours d'un seul pas de temps, les perturbations se propagent entre particules voisines. A tout moment, les forces résultantes sur chaque particule sont calculées par son interaction avec les particules avec lesquelles elle est en contact. Les forces d'interaction particules-particules et particules-enceinte sont calculées sur la base des relations de force-déplacement. Pour des prévisions d'amortissement précises, il faut incorporer la dissipation dans le modèle. Par exemple, l'énergie est dissipée en raison du comportement viscoélastique du matériau de la sphère. Ici, la partie dissipative de la force normale peut être précisée en termes d'une formulation viscoélastique du modèle de Hertz ou de Hertz-Mindlin [25] si l'on tient compte du frottement tangentiel.

3.3. Méthode des éléments discrets (DEM)

De nombreux auteurs ont utilisé la méthode des éléments discrets (DEM) pour décrire les amortissements par milieux granulaires et étudier les mécanismes d'amortissement de ces dispositifs pour remédier aux problèmes de vibrations. L'approche DEM est dérivée du modèle de dynamique moléculaire et a été historiquement introduite par Cundall et Strack [26].

Dans la modélisation DEM, la trajectoire de chaque particule est suivie de manière incrémentielle par l'équation du mouvement de Newton. Les forces sont calculés au niveau des contacts en utilisant un modèle de contact approprié pour le cas de contact particule-particule et particule-cavité tout en

considérant les interactions de type frottement et gravité. Lors d'une modélisation avec DEM, l'algorithme suivant est considéré :

1. Phase d'initialisation (position à $t=0$)
2. Détection de contact
3. Application du modèle de contact
4. Intégration des équations du mouvement
5. Mise à jour des listes de voisinage puis reprise des étapes 2, 3,4 et 5 pour les nouvelles positions

3.4. Méthode dynamique évènementielle « Event driven »

La méthode dynamique évènementielle (DE) s'applique souvent à la simulation des gaz granulaires. Le matériau granulaire à son état gazeux est caractérisé par des contacts brefs (non-durables) entre ses particules. Pour avoir la situation d'un gaz granulaire, deux procédures ont été développées. La première consiste à la suppression des forces de cohésion et de gravité entre les particules (cas des travaux de Goldhirsch en 1993 [27], Mcnamara en 1996 [28] et Luding en 1999 [29]), tandis que la deuxième procédure s'intéresse à mettre le milieu granulaire en vibration (cas des travaux de Luding en 1996 [30], Paolotti en 2003 [31] et Mcnamara en 2005[32]).

Dans le cas d'un gaz granulaire, les interactions existantes entre les particules sont gérées uniquement par les chocs. La méthode « DE » se base sur l'hypothèse que les chocs produits entre les grains sont instantanés ce qui entraîne par la suite que seules les interactions binaires sont prises en compte. Pour calculer les déplacements des grains, il convient de prédire le résultat des chocs binaires et de déterminer les trajectoires des grains lors du mouvement libre.

Le principe de la méthode « DE » se base sur deux étapes. La première étape consiste à prédire une liste des collisions potentielles qui peuvent avoir lieu entre les grains. En effet, il suffit d'extrapoler les positions des grains à l'avenir et examiner ensuite la possibilité de la création d'un tel choc. On stocke par la suite la liste des particules qui entreront en collision et on détermine le temps de collision associé. Dans une deuxième étape, on cherche le temps le plus bref pour lequel une collision potentielle se produit. On identifie après le temps t_{choc} le plus court. Finalement, les positions de tous les grains associées à ce temps de collision sont déterminées, ce qui permet le calcul des nouvelles vitesses des particules qui participent à cette collision. La première étape est ensuite reprise pour commencer une nouvelle itération de calcul.

L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle est efficace et rapide due à sa modélisation simple des chocs (collisions instantanées et binaires). L'inconvénient principale de cette méthode est qu'elle n'est pas applicable aux écoulements denses.

3.5. Méthode de type Monte Carlo

La méthode Monte-Carlo a été développée au laboratoire de l'université de Rennes afin de traiter la dynamique d'un empilement de grains soumis à des sollicitations mécaniques. Cette méthode est un outil de simulation numérique qui permet de modéliser correctement la compaction des milieux granulaires [Mehta 1990 [33], Philippe 2001 [34]]. Le principe de la méthode consiste à appliquer des sollicitations sur un empilement granulaire qui va être arrangé sous l'influence de la gravité et des contraintes stériques. La méthode tend à s'approcher des conditions expérimentales puisqu'elle tient compte des contraintes nécessaires produites lors de la dynamique de compaction des milieux granulaires. Bien que la dynamique individuelle des particules soit écartée dans ce type de simulation, la méthode est capable de reproduire les résultats issus de la plupart des essais expérimentaux. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de simuler un très grand nombre de sollicitations dans un temps court.

3.6. Automates cellulaires

La méthode des automates cellulaires est un moyen très simple à mettre en œuvre pour étudier les milieux granulaires. Pour un milieu granulaire, l'automate cellulaire est une grille régulière de cellules contenant zéro, une ou plusieurs particules. L'évolution des cellules (qui représentent l'état de l'automate) au cours du temps est gérée par des règles déduites de l'expérience afin de visualiser le comportement des grains pour une configuration donnée. Le temps et l'espace sont discontinus ce qui rend les calculs simples et rapides. Ce type de simulation est utilisé pour étudier la dynamique des milieux granulaires. Par exemple, Baxter et al [35,36] ont modélisé l'écoulement des matériaux granulaires en 2D, en assimilant dans leurs simulations le système à un tableau de cellules triangulaires. Le principe est d'effectuer un déplacement des grains qui favorise la minimisation de l'énergie du système (en termes d'énergie gravitationnelle et d'énergie d'interaction entre les grains). Aussi, Peng et Herrmann [37] ont traité le cas des ondes dans un écoulement granulaire avec la méthode des automates cellulaires. Le modèle utilisé tient compte des collisions inélastiques entre les particules (conservation de la masse et de la quantité de mouvement [38]) ce qui signifie la possibilité du changement de trajectoires des grains après la collision. Savage [39] a utilisé aussi ce modèle (modèle automate cellulaire avec des cellules rectangulaires) pour analyser les écoulements dans un silo.

L'avantage majeur de ce type de méthode se manifeste par la rapidité du temps de calcul. Bien que les résultats des simulations numériques obtenus par la méthode des automates cellulaires soient bien en accord avec celles des manipulations expérimentales, les règles gouvernant l'évolution de ces automates restent difficiles à établir. En fait, ils sont valables uniquement dans des situations expérimentales bien particulières.

3.7. Approche et procédure

Dans la suite de ce travail, nous avons considéré la méthode des éléments discrets pour modéliser nos milieux granulaires car elle tient compte de l'ensemble des interactions présentes dans le système (avec quelque simplification tel que le fait de négliger les forces cohésives à partir d'une certaine dimension de grain). Cette approche tient compte du déplacement des particules en fonction de leurs propriétés géométrique et mécanique. L'approche DEM en particulier s'avère le modèle le plus fidèle, couvrant l'aspect dissipatif de manière plus élaborée. Plus de détails sur les étapes de modélisation de cette méthode seront présentés dans le chapitre 3.

Conclusion

Dans ce premier chapitre on a présenté une revue des différentes techniques utilisées pour amortir les vibrations nuisibles au sein des systèmes mécaniques. Trois types d'amortisseurs ont été présentés. Les amortisseurs actifs, hybrides ou passifs. Pour ses multiples avantages, les amortisseurs passifs ont été choisis pour ce travail de recherche. Nous avons ensuite détaillé les différentes caractéristiques des amortisseurs par milieux granulaires. Pour cela, différents travaux ont été présentes, ainsi que les spécificités que peuvent présenter les milieux granulaires. Cette étude a également permis d'identifier les différents mécanismes d'interaction entre particules qui existent au sein d'un amortisseur par milieux granulaires.

En dernier lieu, une présentation de techniques de modélisation de ce type d'amortisseur a été fournie. Six modèles ont été investigués pour enfin aboutir au choix de la technique de modélisation qui sera adoptée dans la suite de ce travail : la méthode DEM.

A la lumière de cette analyse bibliographique, une étude expérimentale a été menée ; ces expérimentations sont présentées dans la suite du document.

Chapitre 2 : Caractérisation expérimentale de l'amortissement par milieux granulaires

1.	Mise en évidence de l'amortissement par milieu granulaire en présence d'une poutre	25
1.1.	Description du dispositif expérimental	25
1.2.	Procédure expérimentale et approche de calcul	27
1.3.	Analyse des résultats expérimentaux	27
1.4.	Récapitulatif	29
2.	Analyse expérimentale de la réponse d'un milieu granulaire.....	30
2.1.	Description du dispositif expérimental	30
2.2.	Description des différents appareils de mesure	31
2.3.	Procédure de calcul du facteur de perte	33
2.4.	Résultats expérimentaux.....	35
2.5.	Récapitulatif	54
	Conclusion	55

La dynamique d'un amortisseur par milieux granulaires est un processus complexe. Elle est due au mouvement des particules et des phénomènes de dissipation associés qui sont fortement non-linéaire et dépendent d'un grand nombre de paramètres constituant le système. La majorité des travaux réalisés à propos de ce procédé d'amortissement est de type expérimental, qui utilise principalement deux méthodes de caractérisation. La première technique consiste à mesurer l'amortissement à travers l'emploi d'une structure primaire (voir par exemple les travaux de Cempel et al 1975, Bapat et al 1985, Semercigil et al 1992, Cempel et al 1992, Bryce et al 2001, Semercigil et al 2005, Liu et al 2005, Li et al 2006, Ming et al 2009). La deuxième technique est plus récente et consiste à identifier l'amortissement seul, sans l'utilisation d'une structure primaire (travaux de Yichung 2003 et Wang et al 2009). Dans ce chapitre, nous allons présenter les différents dispositifs expérimentaux qui ont été élaborés et utilisés au cours de notre travail de recherche. L'objectif principal des essais expérimentaux consiste à accomplir une identification des paramètres favorisant l'amortissement par milieux granulaires. Le premier dispositif consiste à utiliser une structure primaire (poutre) sur laquelle sont placés les amortisseurs par milieux granulaires. L'objectif est de mettre en évidence l'effet dissipatif que peut présenter un milieu granulaire attaché à une structure. Le deuxième montage expérimental consiste à déterminer l'amortissement apporté par un milieu granulaire seul, en l'absence de structure primaire. Le but de cet essai est de mesurer l'atténuation générée uniquement par cet amortisseur, indépendamment de la réponse de tout autre système mécanique. Ce protocole permet de révéler les différents paramètres qui gouvernent la dynamique du système à l'étude. Enfin, une analyse des différents mécanismes impliqués sera présentée donnant ainsi un sens aux observations et constatations dégagées.

1. Mise en évidence de l'amortissement par milieux granulaires en présence d'une poutre

1.1. Description du dispositif expérimental

La réalisation du premier dispositif expérimental consiste à étudier le comportement dynamique de la structure (poutre) en présence d'amortisseurs par milieux granulaires. Le but de cette expérience est de mettre en évidence l'influence du milieu granulaire sur l'amortissement d'une structure.

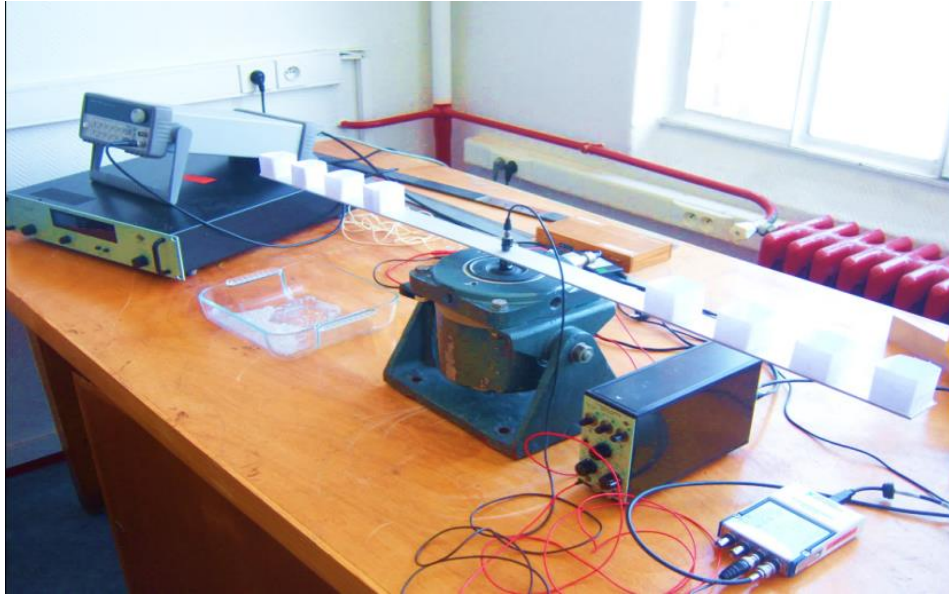


Figure II. 1: Premier montage expérimental

La figure (II.1) montre le premier dispositif expérimental qui consiste à évaluer la capacité d'amortissement par milieux granulaires attaché à une poutre déformable. La poutre est constituée en aluminium, ayant 100 cm de longueur, 4 cm de largeur et 0.3 cm de hauteur. A chacune de ses extrémités sont placés quatre contenants cubiques en papier partiellement rempli de grains. La côte des boîtiers est égale à 4 cm et sont placés de façon équidistante (distance de séparation égale à 4cm) depuis le bord de la poutre. L'ensemble du dispositif est excité verticalement par un pot vibrant qui est connecté à un générateur de tension à travers un amplificateur de puissance. Le signal utilisé est un balayage sinusoïdal entre 5 Hz et 500 Hz et de durée 3 secondes. Un accéléromètre de type Sigma 256HX-10 est placé au-dessus de la poutre, à son milieu. Le système est également équipé par un capteur de force de type Kistler 9011A qui est placé entre la poutre et le pot vibrant pour la mesure exacte de la force d'excitation. Les grains utilisés sont des billes de verre. Ils ont un diamètre moyen égal à 1 mm. L'épaisseur des couches de particules est de 0.5 cm. On présente dans la figure (II.2) le schéma de ce dispositif expérimental.

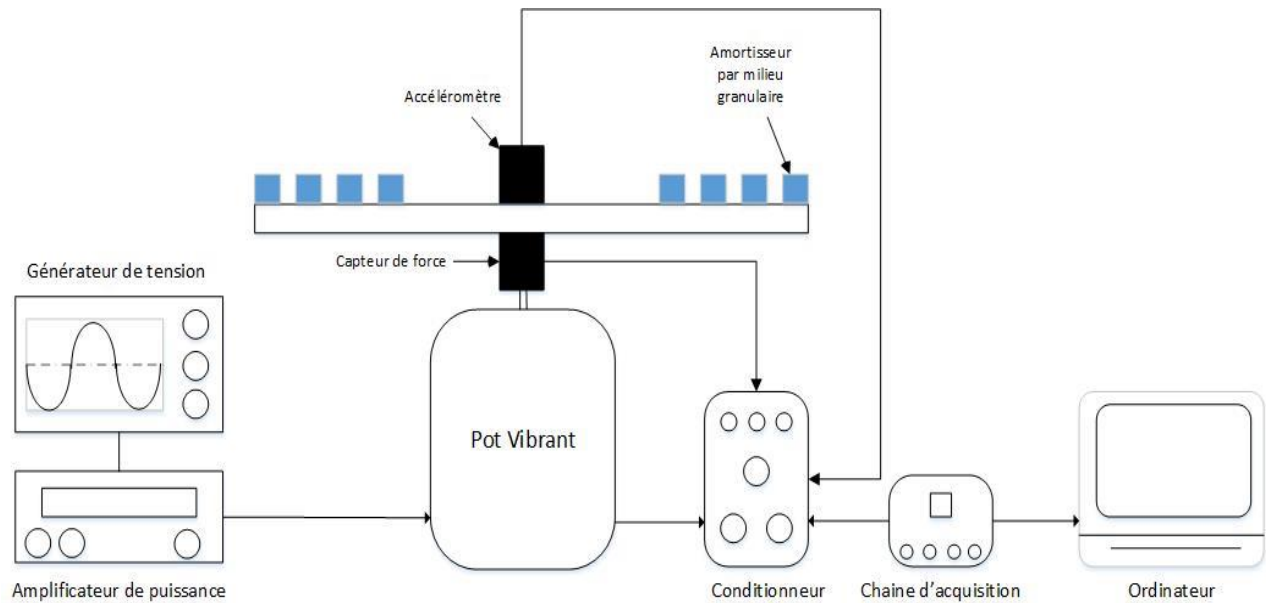


Figure II. 2: Schématisation du premier dispositif expérimental

1.2. Procédure expérimentale et approche de calcul

Le principe de la méthode expérimentale utilisée consiste à mesurer les signaux de force et d'accélération en fonction de la fréquence suite à une excitation de type sinus glissant de 3 secondes entre 5 Hz et 500 Hz. Ensuite, on prend les données issues expérimentalement et on détermine la fonction de transfert fréquentielle du système à partir du rapport entre les signaux d'accélération (sortie du système) et la force d'excitation du dispositif (entrée du système)

$$H(\omega) = \gamma(\omega) / F(\omega) \quad (2.1)$$

L'amortissement apporté par les grains est alors identifié à partir d'une comparaison entre les différentes réponses de la structure (poutre), avec et sans milieu granulaire. Les mesures expérimentales, avec milieux granulaires présent dans les boîtiers, sont effectuées pour des multiples amplitudes d'excitation. Un niveau de signal a été déterminé comme étant un signal de référence. On change ensuite l'amplitude d'excitation (augmentation ou bien diminution) proportionnellement au signal de référence (0.1*amplitude, 0.5*amplitude, 2*amplitude et 4*amplitude).

1.3. Analyse des résultats expérimentaux

Une première analyse des résultats indiqués par les figures (II.3) et (II.4) prouve bien que les amortisseurs par milieux granulaires attachés à la structure entraînent une diminution significative de l'amplitude de la réponse de la structure (fonction de transfert). En fait, en comparant la réponse de la structure sans milieu granulaire (courbe noire) à celle de la structure avec milieu granulaire (courbe verte) sur chacune des deux figures, on constate une diminution de l'amplitude de la

réponse autour de ses fréquences propres. Il est à noter qu'un petit décalage des fréquences propres du système vers la gauche est observable, ce qui est due au changement de la masse du système avec l'introduction des particules.

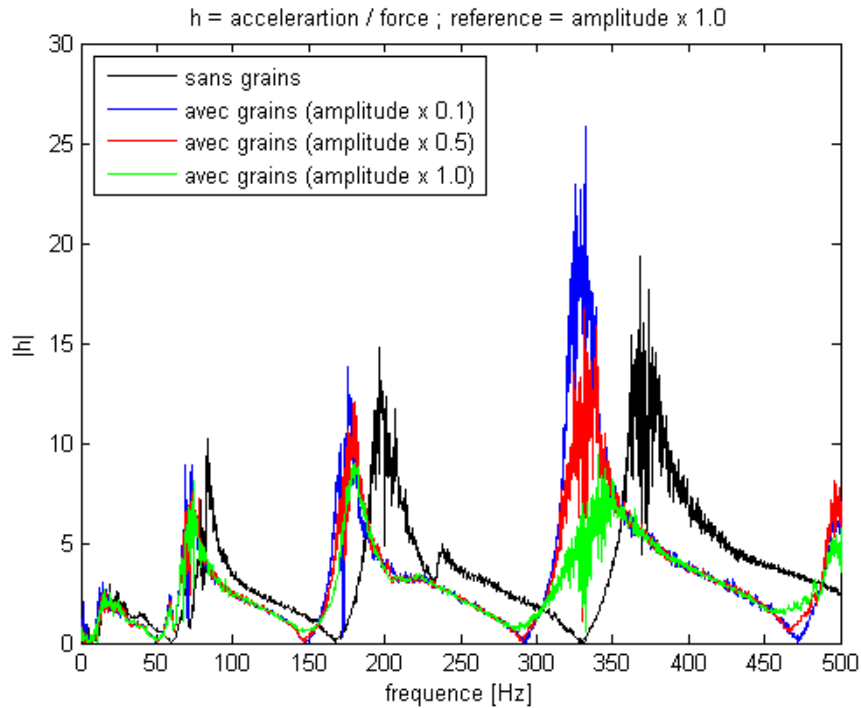


Figure II. 3: Comparaison de la réponse de la poutre avec et sans milieux granulaires pour des faibles niveaux d'excitation

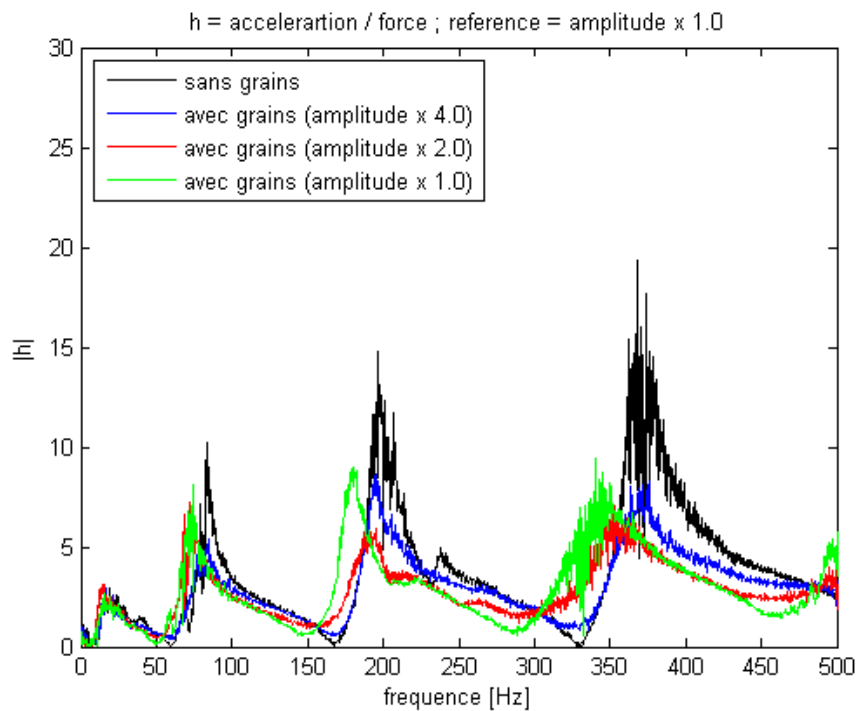


Figure II. 4: Comparaison de la réponse de la poutre avec et sans milieux granulaires pour des grandes niveaux d'excitation

En second lieu, une analyse porte sur l'effet de la variation de l'amplitude d'excitation sur le comportement du système. En effet, en diminuant l'amplitude d'excitation par rapport à l'amplitude de référence (les courbes colorés en rouges et bleus de la figure II.3), autrement dit à des très faibles amplitude d'excitation de grains, on note que l'amortissement apporté par les grains est quasiment nulle (la fonction de transfert autour des fréquences propres se rapproche de la fonction de transfert du système sans milieu granulaire). Ceci est expliqué par l'immobilité des grains (les particules sont quasiment en repos). Seul le décalage de la fréquence propre vers la gauche est observable : il est lié à l'effet de la masse ajoutée par les grains au système. Avec cette configuration, on peut assimiler l'état du matériau granulaire à son état solide, amplifiant ainsi l'effet de la masse ajoutée sur la réponse de la structure (le décalage des fréquences propres est visiblement plus important pour des faibles niveaux d'excitation). En augmentant l'amplitude d'excitation par rapport à l'amplitude de référence (voir figure II.4 courbe en rouge et bleu), on observe bien l'effet du milieu granulaire sur l'amortissement de la réponse de la structure; ceci est expliqué par la mobilité des grains (transfert de quantité de mouvement de la plaque aux particules à travers les collisions ; collisions produites entre particules). Ce transfert énergétique entraîne des phénomènes dissipatifs visibles par l'atténuation des maximas des fonctions de transfert autour des fréquences propres du système. Aussi, à des niveaux d'excitation très élevés, par exemple dans le cas où l'excitation est quatre fois plus grande que l'amplitude de référence, on note que la fréquence propre du système tend vers la fréquence propre de la poutre sans matériau granulaire. Ce comportement est expliqué par le fait du changement d'état du milieu granulaire passant progressivement vers un état gazeux avec l'évolution de l'amplitude d'excitation diminuant ainsi la masse du système total au cours de l'expérience. Un autre constat à reporter est la diminution du niveau d'atténuation avec des niveaux d'excitation élevés qui est expliqué par la nature du mouvement des grains. En effet, les particules volent librement la plupart du temps, à cause de la forte amplitude d'excitation à laquelle elles sont soumises: elles sont ainsi de moins en moins en contact entre elles et avec la poutre. Cet état produit donc une diminution des effets dissipatifs.

1.4. Récapitulatif

L'amortissement par milieux granulaires est un moyen efficace de réduction des vibrations. L'inspection du comportement du premier montage, utilisant des boîtiers remplis de grains et attachés à la structure a permis de mesurer l'efficacité de ce type d'amortisseur en terme dissipatifs. L'effet de l'amplitude d'accélération sur la réponse de ce type d'amortisseur a été analysé. L'évolution des amplitudes d'excitation engendre un changement d'état du milieu granulaire (passant d'un état solide à un état gazeux) impactant ainsi la masse totale du système (et d'où les

fréquences propres) et les degrés de liberté des particules (d'où l'évolution/diminution des effets dissipatifs).

2. Analyse expérimentale de la réponse d'un milieu granulaire

2.1. Description du dispositif expérimental

La réalisation de ce nouveau dispositif expérimental consiste à étudier le comportement dynamique de l'amortisseur par milieux granulaires uniquement (en l'absence de structure primaire) dans le but de révéler les différentes caractéristiques associées à ce type d'amortissement, de capturer les divers phénomènes produits dans ce système et d'établir une compréhension approfondie de sa dynamique.

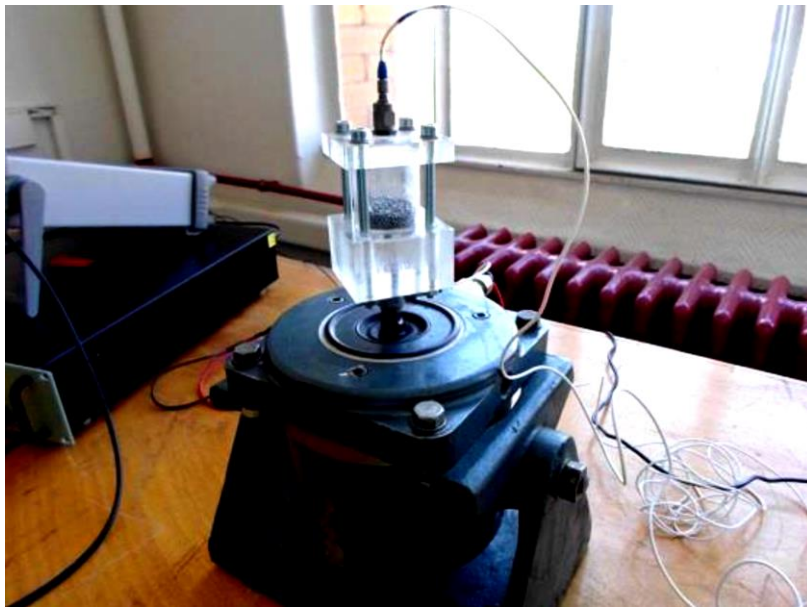


Figure II. 5: Deuxième Montage expérimental

La figure II.5 présente le dispositif expérimental réalisé : il est constitué d'un amortisseur par milieux granulaires composé d'un boîtier en plexiglass avec un couvercle supérieur démontable à l'aide de 4 vis, ce qui nous permet de changer le taux de remplissage. La masse du contenant est 0.3465 Kg. Les dimensions du contenant sont : diamètre intérieur = 3.5 cm, hauteur = 4 cm et épaisseur = 0.3 cm. Cet amortisseur est directement placé sur le pot vibrant. Un capteur de force (Bruel and Kajer, type 8230-001) est placé entre ce pot vibrant et le boîtier pour la mesure exacte de la force d'excitation. Un accéléromètre (Bruel and Kajer, type 4514) est mis au-dessus du boîtier afin de mesurer l'accélération du boîtier. Ce capteur de force et cet accéléromètre sont reliés à un convertisseur analogique numérique (NI 9162) qui permet d'acquérir les signaux mécaniques. Les

grains utilisés ici sont des particules sphériques en acier ou en verre. L'excitation de l'amortisseur est assurée par le même pot vibrant que précédemment, alimenté par un générateur de tension à travers un amplificateur de puissance. En variant la fréquence et l'amplitude de courant du générateur ainsi que l'amplificateur de puissance, le pot vibrant génère la force d'excitation souhaitée ainsi que la fréquence demandée.

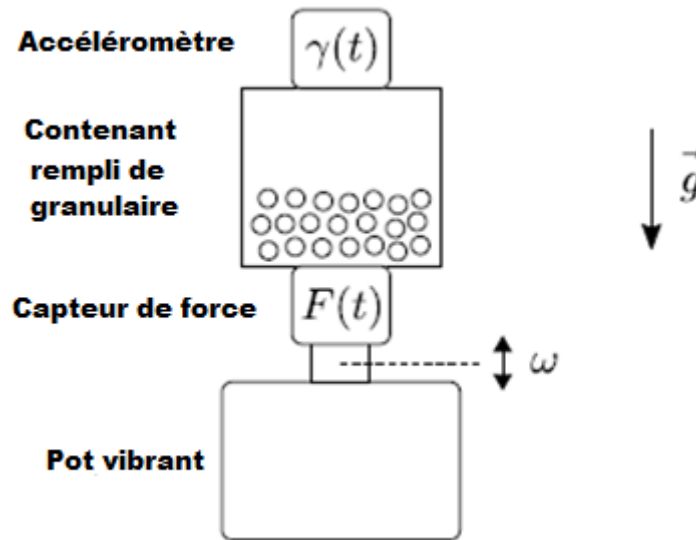


Figure II. 6: Schématisation du deuxième dispositif expérimental

2.2. Description des différents appareils de mesure

2.2.1. Pot vibrant

Le pot vibrant est l'élément le plus important dans les essais de vibrations. C'est lui qui applique au prototype la sollicitation définie par le profil d'essais. Le pot fonctionne suivant un principe électromagnétique. Le mouvement qu'il transmet est provoqué par celui d'une bobine traversée par un courant électrique et placée dans un champ magnétique. Le champ est généré par un aimant permanent dans le cas des petits excitateurs (jusqu'à 500 N de force nominale) ou par un électroaimant dans les plus importants. Suivant les cas, on parle alors de vibreur à aimant permanent ou de vibreur à bobine de champ. La force F résultante (Force de Laplace) du passage du courant dans la bobine s'exprime par la relation $F = B \cdot I \cdot L$, dans laquelle B représente l'induction magnétique, I est le courant et L est la longueur du conducteur constituant la bobine mobile.

2.2.2. Accéléromètre

L'accéléromètre utilisé appartient à la famille des accéléromètres de type piézo-électriques. Ces derniers sont dotés d'un connecteur supérieur UNF 10-32, une base isolée et qui sont hermétiquement fermés. Les transducteurs ont une haute résolution, donnant un excellent rapport

signal sur bruit. Dans la conception de cisaillement, l'élément piézoélectrique subit une déformation. Deux tranches rectangulaires de matériau piézo-électriques sont arrangées sur des côtés opposés d'un poteau central rectangulaire. Cette conception donne un niveau de linéarité élevé et empêche la flexion des éléments le constituant et la sensibilité aux fluctuations de température. Le signal est conditionné par un amplificateur de charges intégré. Le matériau du boîtier est en titane.

L'accéléromètre est composé d'une masse inertielle interne disposée sur une céramique piézoélectrique. Lorsqu'il subit des oscillations, une force interne égale au produit de la masse inertielle par sa propre accélération agit sur les éléments piézoélectriques qui vont produire une charge proportionnelle à la force appliquée, elle-même transformée en une tension par un amplificateur de charge interne miniature. La masse inertielle et la raideur de la céramique constituant le transducteur forme donc un système à 1 degré de liberté. L'accéléromètre possède donc une sensibilité (réponse en fréquence, en module et en phase) qui dépend de la fréquence. En première approximation (appliquée sur la gamme des petites fréquences dans laquelle nous avons travaillé) il est possible de considérer que le module de la sensibilité de l'accéléromètre est constante (voir figure ci-dessous : à mieux que 5% près). En revanche, la phase ne l'est pas et introduit un biais (erreur) mesurable.

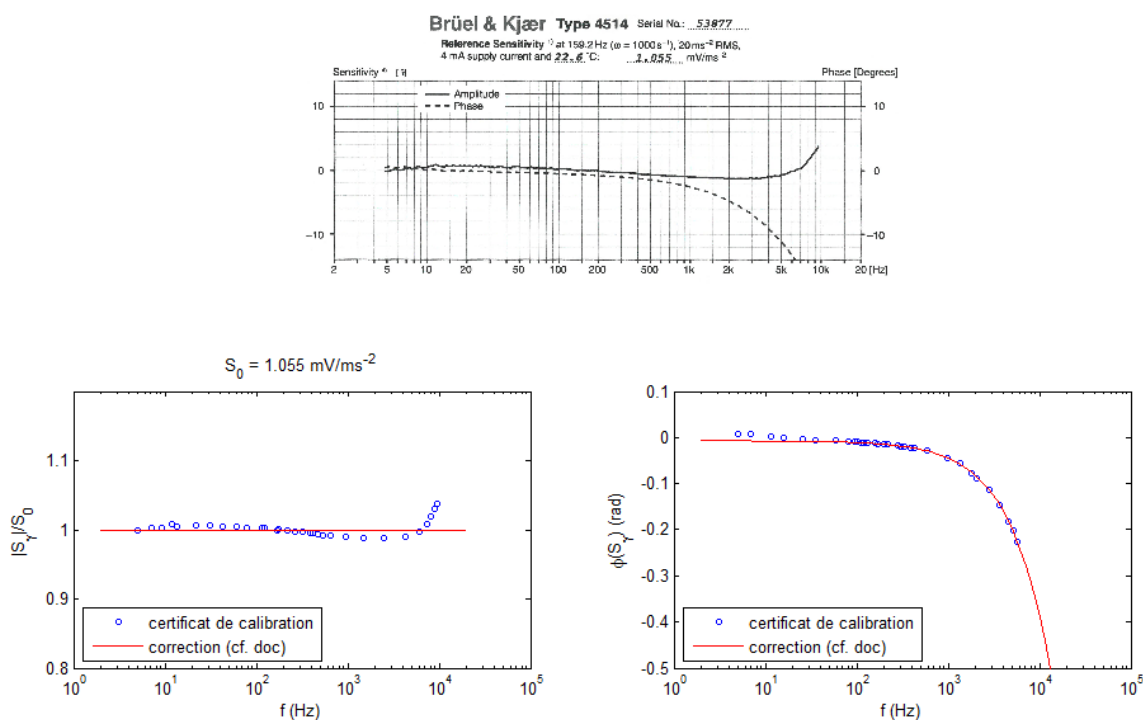


Figure II. 7: Représentation du module et de la phase de sensibilité de l'accéléromètre en fonction de la fréquence

On obtient, à partir des données du certificat de calibration (voir figure) du capteur que nous avons utilisé, une courbe de sensibilité approximative qui rend compte du déphasage introduit. Cette sensibilité s'exprime par :

$$S_Y(f) = e^{-j(2\pi f\tau_Y + \phi_Y)} \quad (2.2)$$

Ce biais sur la phase de l'accélération peut être corrigé en définissant un filtre déphaseur dans le domaine fréquentielle. C'est ce que nous appliquons systématiquement à toutes les données présentées dans la suite de ce document.

2.2.3. Capteur de force

Le capteur de force utilisé est de type 8230-001 possédant des composantes mécaniques et électroniques intégrées destinés aux mesures dynamiques et aux impacts. Il est généralement employé pour mesurer les forces appliquées dans les applications modales. Il est placé directement entre l'excitateur et la structure de test. Le principe de fonctionnement de ce capteur est basé sur l'effet piézo-électrique. Lorsqu'il est soumis à des contraintes, le capteur fournit une charge électrique proportionnelle à la force de compression. Cette charge est convertie en une tension de sortie à basse impédance au moyen d'un amplificateur de charge intégré et la sensibilité est exprimée en terme de tension par unité de force (V / N). Le matériau du boîtier constituant le capteur est l'acier inoxydable qui fournit une construction rigide. Ce capteur, par sa conception, n'introduit pas de biais notable sur le module ou la phase de la sensibilité : ils sont relativement constants sur toute l'étendue de la plage de mesure.

2.3. Procédure de calcul du facteur de perte

La méthode expérimentale utilisée consiste à mesurer la force d'excitation et l'accélération du dispositif. Le principe de cette méthode est basé sur la détermination des différentes quantités énergétiques mises en jeu lors des vibrations du système. Les énergies élastiques et dissipées sont déterminées à partir des mesures de la force et d'accélération. Les signaux de force et d'accélération mesurés expérimentalement sont relativement complexes (impact des particules, rayonnement 50Hz, etc.). Pour cela on a utilisé la méthode de détection synchrone pour extraire les composantes fondamentales des signaux mesurés.

Le principe de la méthode de détection synchrone est le suivant : La première condition à vérifier est que les signaux mesurés doivent être des signaux périodiques. Sous cette condition, le processus est le suivant :

1. Décomposition du signal mesuré en série de Fourier (signal périodique)

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t - \phi_n) \quad (2.3)$$

Avec a_1 et ϕ_1 les premiers termes de série de Fourier, qui représente respectivement l'amplitude et la phase du signal fondamentale.

2. Détermination des coefficients du signal fondamental

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau=mT_0} f(t) \cos(2\pi f_0 t) dt = \frac{a_1}{2} \cos(\phi_1) = C \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau=mT_0} f(t) \sin(2\pi f_0 t) dt = \frac{a_1}{2} \sin(\phi_1) = S \quad (2.5)$$

Ce qui nous donne :

$$a_1 = 2\sqrt{C^2 + S^2} \text{ et } \phi_1 = \arctan\left(\frac{S}{C}\right) \quad (2.6)$$

Avec cette procédure, on détermine l'amplitude d'excitation (a_F, a_γ) et l'angle de phase (ϕ_F, ϕ_γ) pour chacun des signaux de force et d'accélération.

L'énergie élastique présente dans le système à la fréquence fondamentale est exprimée par la formulation suivante :

$$E_{el} = \frac{1}{2} a_F a_\delta \cos(\phi_F - \phi_\delta) \quad (2.7)$$

Et l'énergie dissipée produite dans le système à cette fréquence est donné par :

$$E_{diss} = \frac{1}{2} a_F a_\delta \sin(\phi_F - \phi_\delta) \quad (2.8)$$

Où $a_\delta = \frac{a_\gamma}{\omega^2}$ et $\phi_\delta = \phi_\gamma + \pi$.

Le couple (a_δ, a_F) représente l'amplitude de déplacement du boîtier et l'amplitude de force d'excitation. (ϕ_δ, ϕ_F) représentent respectivement l'angle de phase du déplacement du boîtier et l'angle de phase de force d'excitation.

Le facteur de perte produit dans le système est alors défini comme étant le rapport de l'énergie dissipé par l'énergie élastique. De ce fait, le facteur de perte est exprimé par :

$$\eta = \frac{E_{diss}}{E_{el}} = \tan(\phi_F - \phi_\delta) \quad (2.9)$$

2.4. Résultats expérimentaux

2.4.1. Analyse Fréquentielle du dispositif

Dans cette partie, on présente les réponses temporelles et fréquentielles de chacun des signaux de force et d'accélération pour deux configurations d'amortisseur: amortisseur vide (sans matériau granulaire) puis amortisseur rempli de particules.

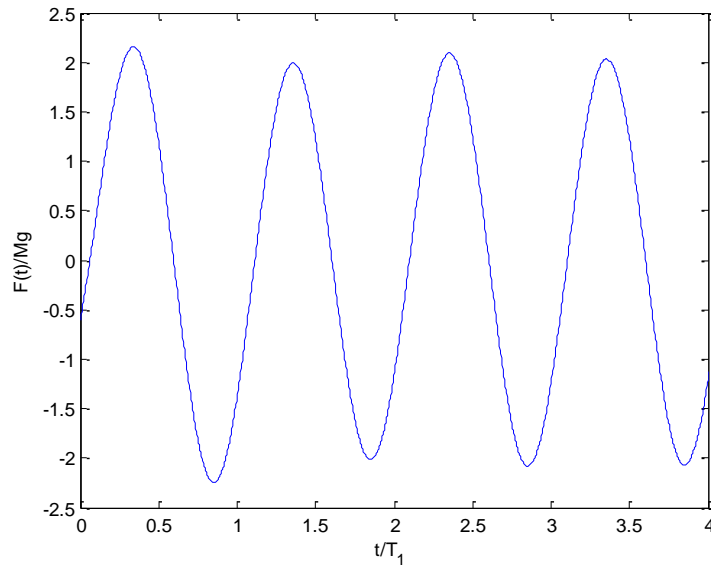


Figure II. 8: Evolution du signal de la force normalisé par la masse et la gravité en fonction du temps pour un boîtier vide

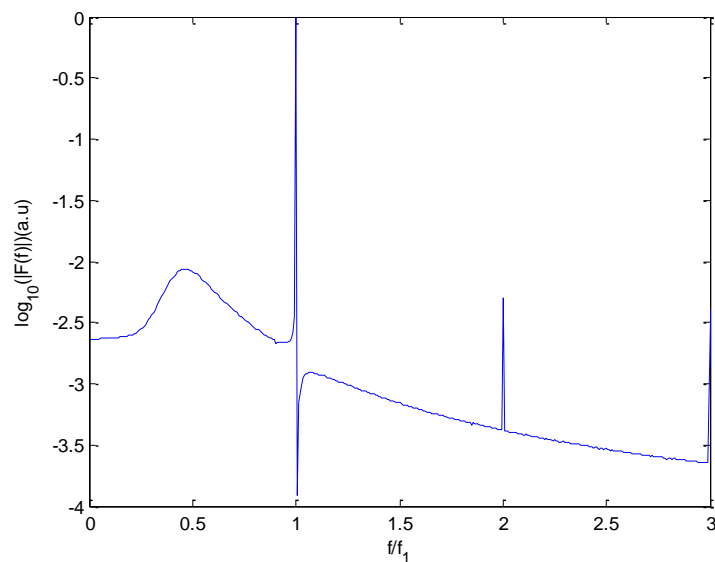


Figure II. 9: Représentation du signal de force en fonction de la fréquence pour un boîtier vide

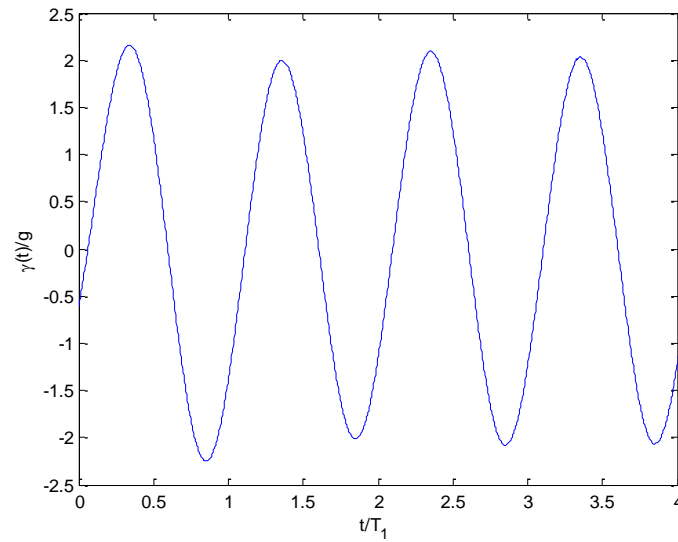


Figure II. 10: Représentation du signal de l'accélération en fonction du temps pour un boîtier vide

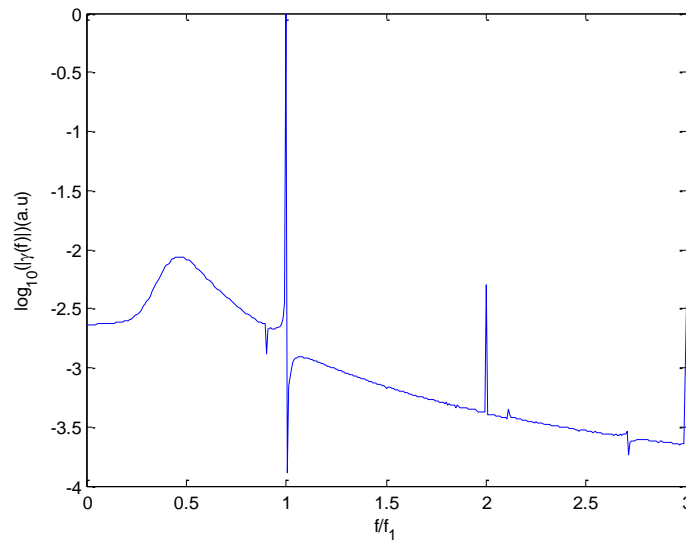


Figure II. 11: Représentation du signal de l'accélération en fonction de la fréquence pour un boîtier vide

On constate à partir des réponses spectrales obtenues $F(f)$ et $\gamma(f)$ la présence de fluctuations légères ainsi que l'apparition du premier harmonique (voir figure II.8 et II.10). Aussi, on note la présence d'un deuxième pic autour de deux fois la fréquence d'excitation (où il y a apparition du premier harmonique) dans les réponses fréquentielles de chacun des signaux de force et d'accélération dans le cas du boîtier vide. Ce pic montre une légère non-linéarité du système étudié. Cette non-linéarité est due au pot vibrant.

Dans cette partie nous allons examiner les réponses temporelles et fréquentielles de chacun des signaux de force et d'accélération dans le cas où l'amortisseur contient des particules. Les grains utilisés dans cet essai sont des grains de verre (volume= 22.1ml, masse = 35.2 g, nombre = 3 702) et ceci pour deux niveaux d'excitation: 3g et 6g, g est l'accélération du champ de pesanteur. Le but est d'inspecter l'effet de la présence du matériau granulaire et le degré d'excitation sur les signaux mesurés expérimentalement.

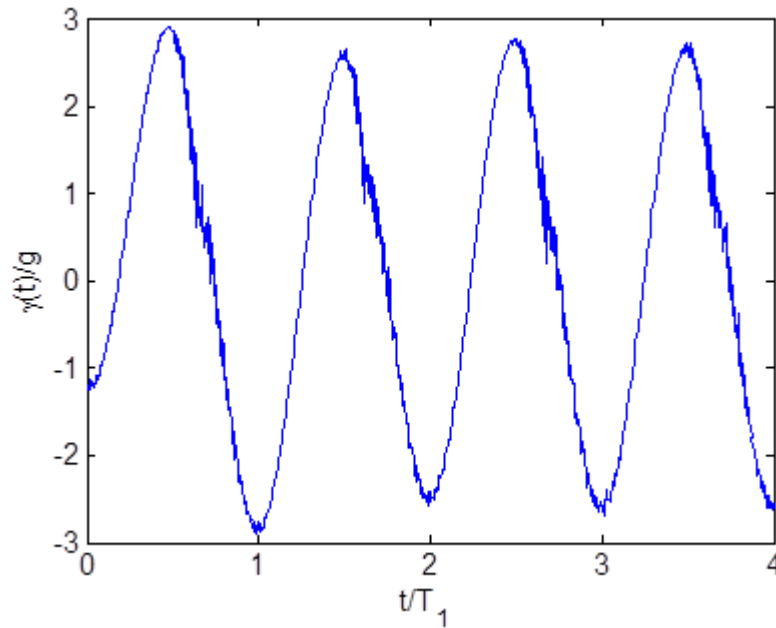


Figure II. 12 : Représentation de l'accélération en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g

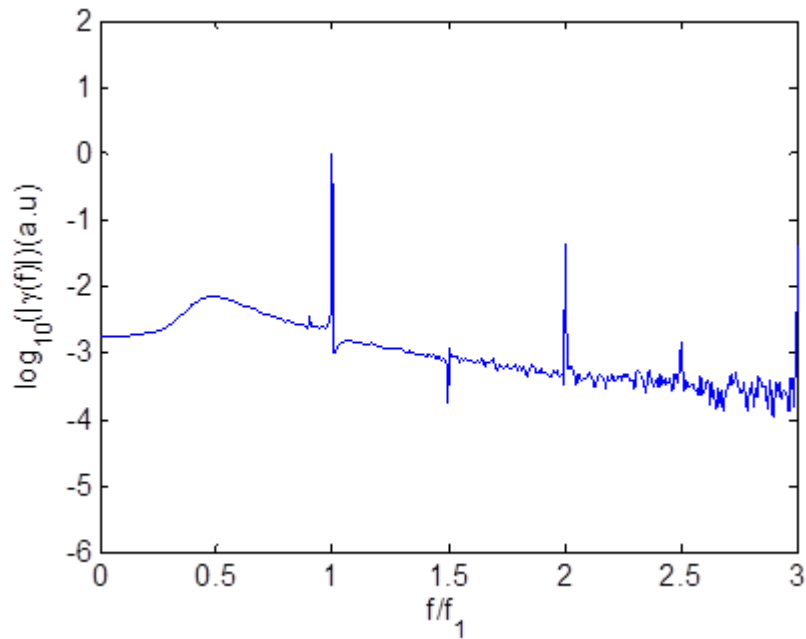


Figure II. 13: Représentation de l'accélération en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 3g

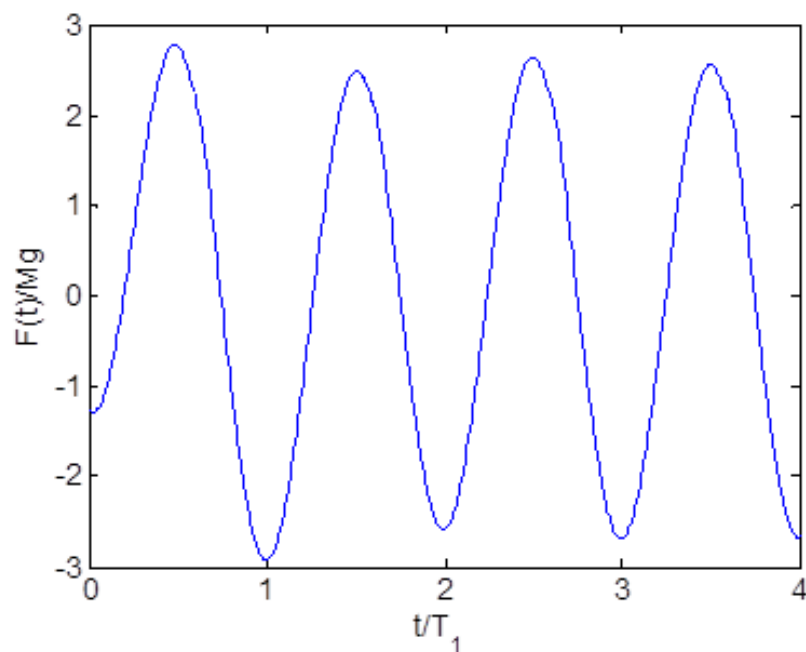


Figure II. 14: Représentation de la force en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à $3g$

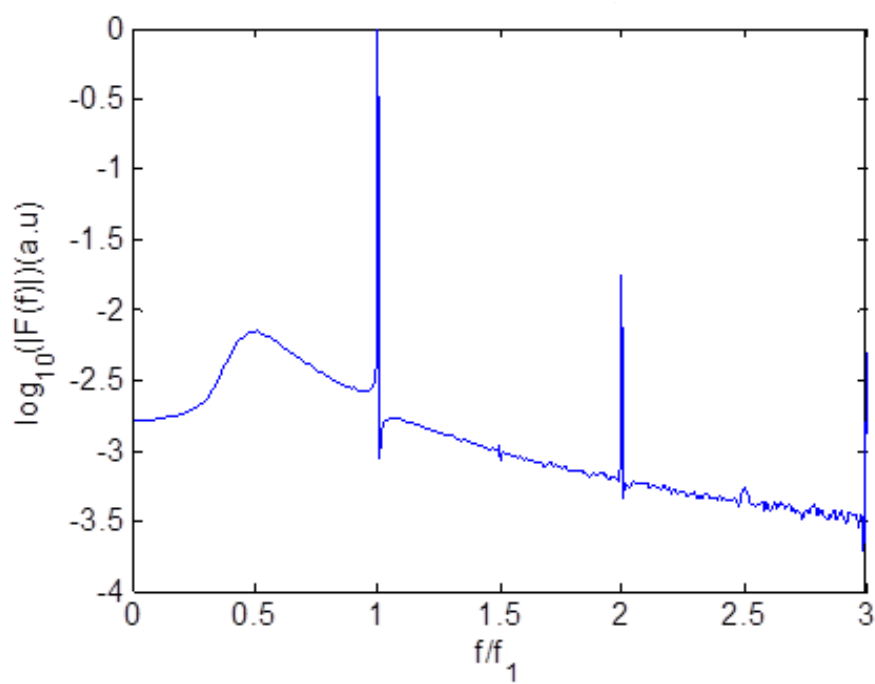


Figure II. 15: Représentation de la force en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à $3g$

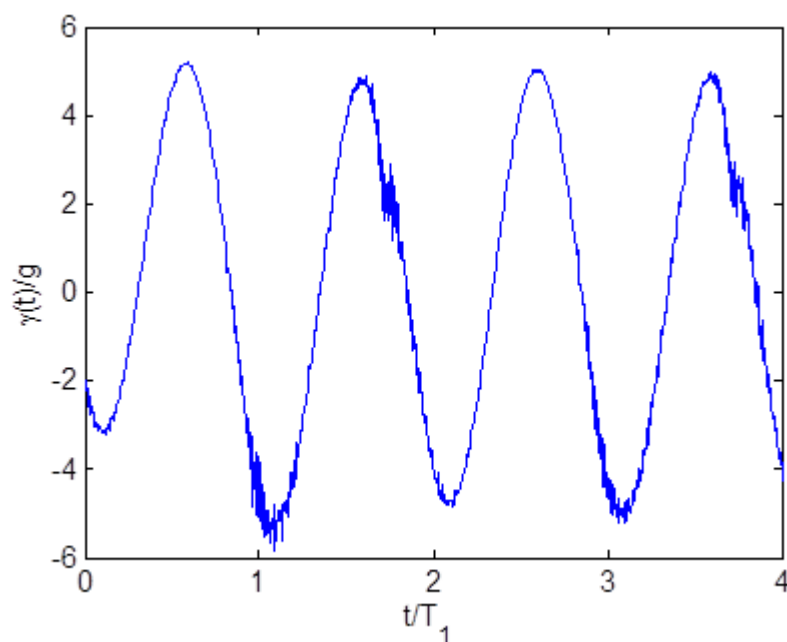


Figure II. 16: Représentation de l'accélération en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g

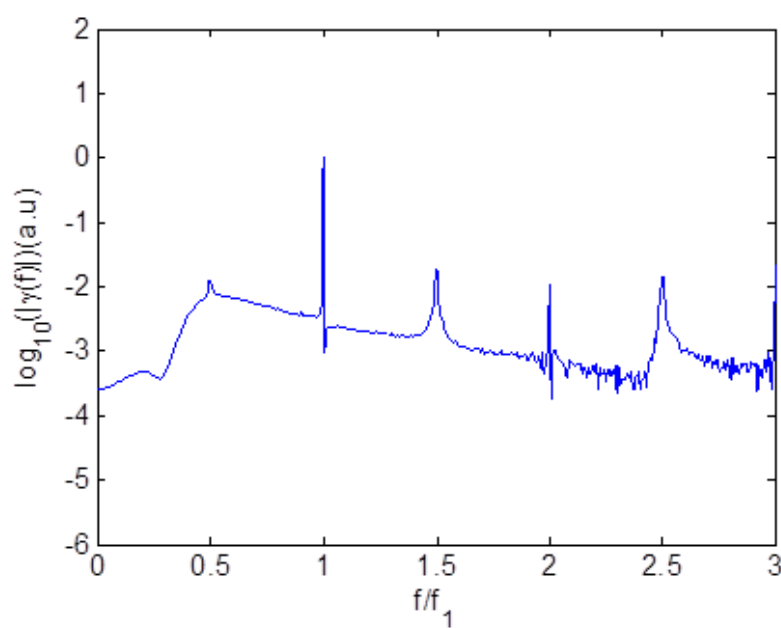


Figure II. 17: Représentation de l'accélération en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g

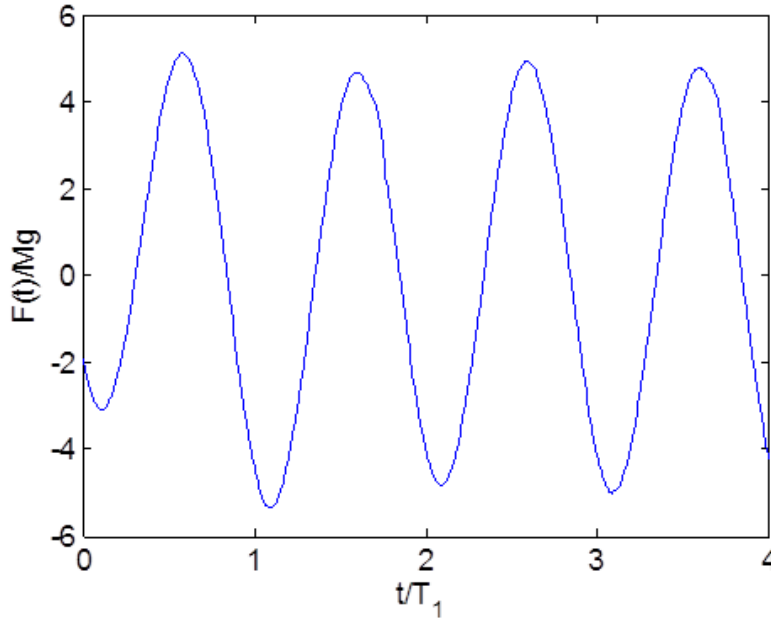


Figure II. 18: Représentation de la force en fonction du temps pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g

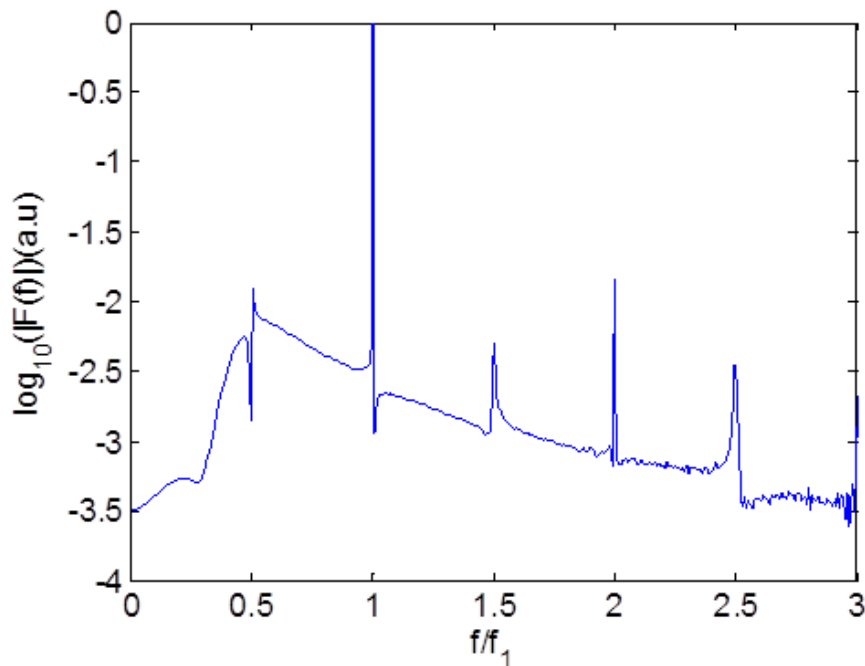


Figure II. 19: Représentation de la force en fonction de la fréquence pour un amortisseur par milieux granulaires et une accélération du plan égale à 6g

La présence du matériau granulaire engendre des fluctuations importantes sur les signaux temporelles et fréquentielles mesurés ; on note que ces perturbations ont comme origine le bruit généré par les collisions de particules et qui ne sont pas observées dans le cas où le système est vide. Ces perturbations sont remarquables surtout dans les signaux spectraux et temporels de l'accélération. L'ajout du matériau granulaire augmente également la valeur du premier harmonique

associé à deux fois la fréquence du fondamentale en la comparant avec la réponse du système dans le cas où l'amortisseur est vide. Les réponses obtenues montrent bien que le système est très fortement non-linéaire. En outre, on note l'apparition de sous-harmoniques, à $(2n+1)/2$ fois la fréquence du fondamentale, à haute amplitude d'excitation (au-delà de 3g). Ce phénomène sera analysé en détail dans le troisième chapitre où une relation sera établie entre l'occurrence de collisions et la génération de ces sous-harmoniques.

2.4.2. Essai à vide

Avant d'entamer le processus de réalisation des différents essais expérimentaux, on commence tout d'abord par faire un essai avec le boîtier seul (à vide) en fournissant les mêmes conditions d'excitation que les manipulations suivantes (amplitude d'excitation qui génère des accélérations variant de 0.2 g à 8 g avec un pas de 0.2g ; une fréquence d'excitation =166 Hz). Le but est de quantifier le facteur de perte produit dans le système en l'absence de matériau granulaire.

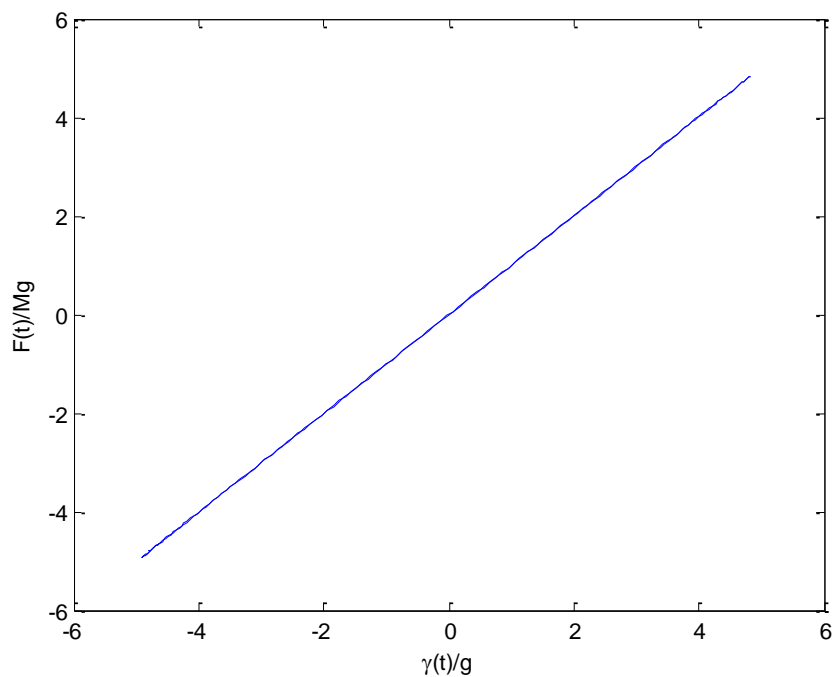


Figure II. 20: Représentation de la force en fonction de l'accélération durant un cycle pour un boîtier vide

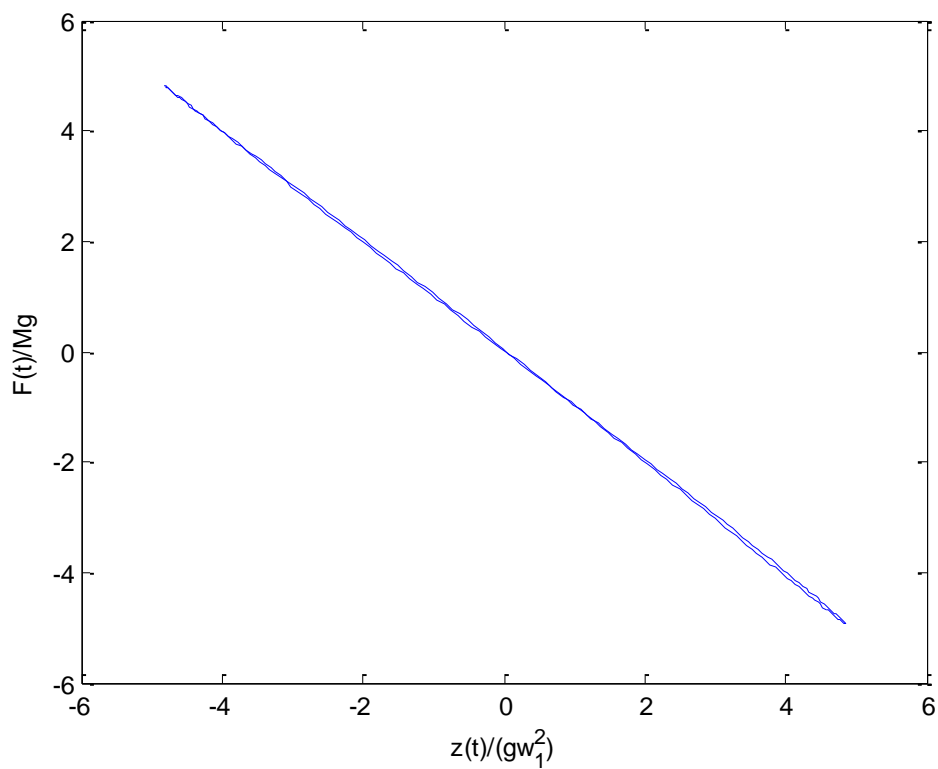


Figure II. 21: Représentation de la force en fonction du déplacement durant un cycle

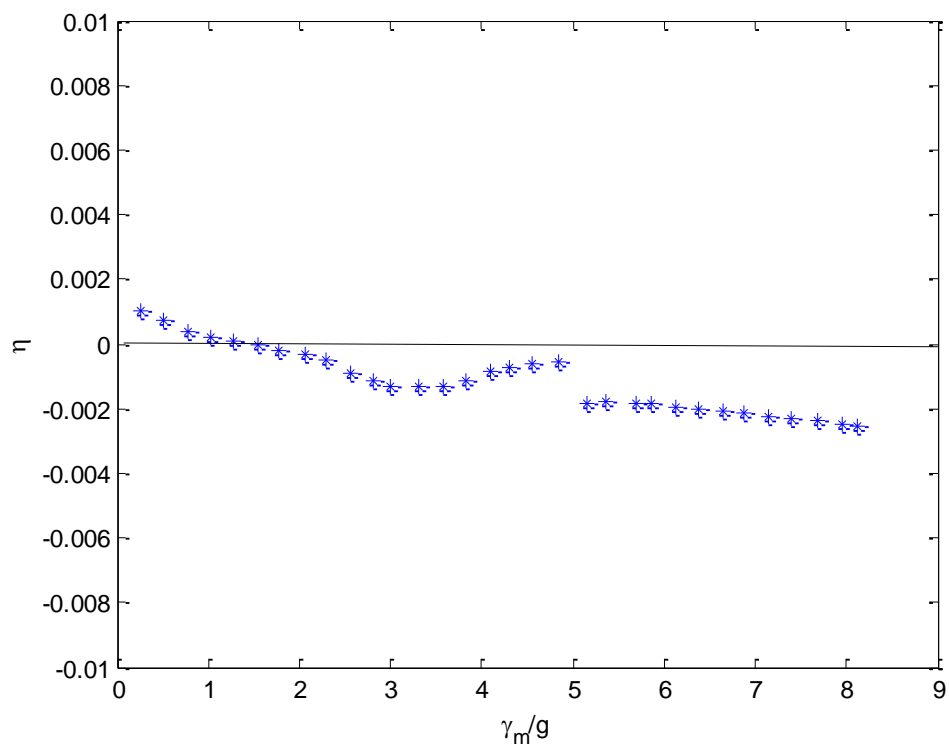


Figure II. 22: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération dans le cas du boîtier seul

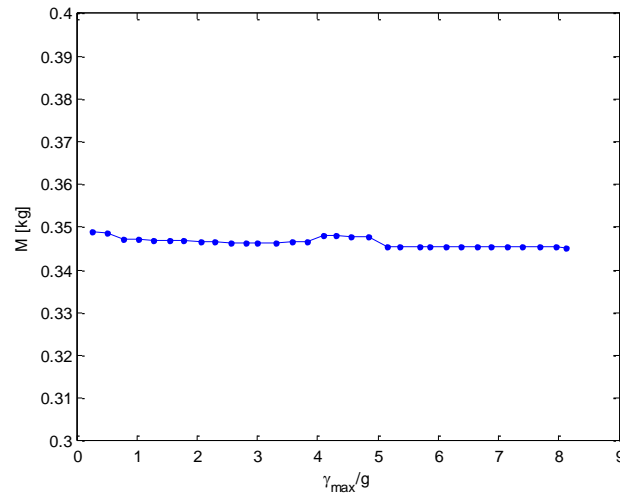


Figure II. 23: Représentation de la masse dynamique du système vide en fonction de l'accélération

La figure (II.22) présente l'évolution de la courbe du facteur de perte en fonction de l'accélération. On trouve une atténuation au voisinage de zéro (absence de matériau granulaire). Ceci est bien en accord avec les observations dégagées à partir des figures (II.20) et (II.21). En effet, l'aire de la courbe est quasi nulle (absence d'énergie dissipée) ce qui implique une atténuation nulle dans le système. La figure (II.23) présente l'évolution de la masse dynamique du boîtier vide en fonction de l'accélération. Le résultat à retenir est que la figure obtenue représente une courbe constante qui n'est rien d'autre que la masse du boîtier vide (soit une masse moyenne égale à 0.3468 Kg).

2.4.3. Etude Paramétrique

Une série de mesure est effectuée sur cet amortisseur en faisant varier l'amplitude d'excitation de 0.2*g à 8*g et en augmentant les taux de remplissage de 20% Jusqu'au 100%. Les grains utilisés sont des grains de verre ou des grains en acier. La fréquence d'excitation est 166 HZ. Ce tableau résume les caractéristiques du matériau utilisé ainsi que le nombre et la masse associé à chaque niveau de remplissage.

Matériau	Acier		Verre	
Rayon (mm)	1.07 ± 0.01		0.95 ± 0.03	
Masse 1particule (mg)	39.92 ± 0.05		9.51 ± 0.27	
Masse Volumique (g/mm ³)	7.85 ± 0.10		2.63 ± 0.30	
Module d'Young (GPa)	210		69	
Coefficient de Poisson	0.3		0.2	
Coefficient de restitution	0.7		0.9	
Fraction de volume	0.6		0.6	
V _g (ml)	m (g)	N	m (g)	N

7.4	34.4	862	11.7	1234
11.1	51.6	1293	17.6	1851
14.8	68.8	1724	23.5	2469
18.5	86.0	2155	29.3	3086
22.1	103.2	2586	35.2	3703
25.8	120.4	3017	41.1	4320
29.5	137.7	3448	47.0	4937
33.2	154.9	3879	52.8	5554
36.9	172.1	4310	58.7	6171

Tableau II. 1: Propriétés mécanique du milieu granulaire

L'objectif est d'examiner l'influence de chaque paramètre (masse des grains, nombre de grains, matériau des grains, amplitude d'accélération, fréquence d'excitation) sur l'évolution de l'atténuation dans le système.

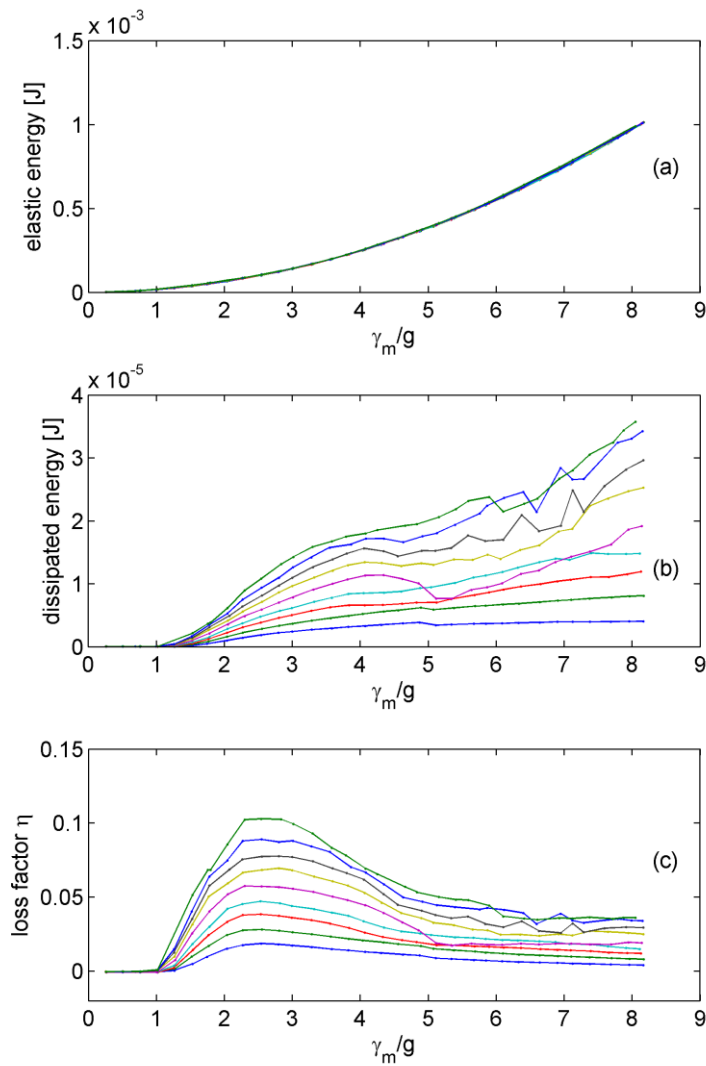


Figure II. 24: Représentations des différentes quantités énergétiques en fonction de l'accélération pour tous les taux de remplissage pour les grains de verre

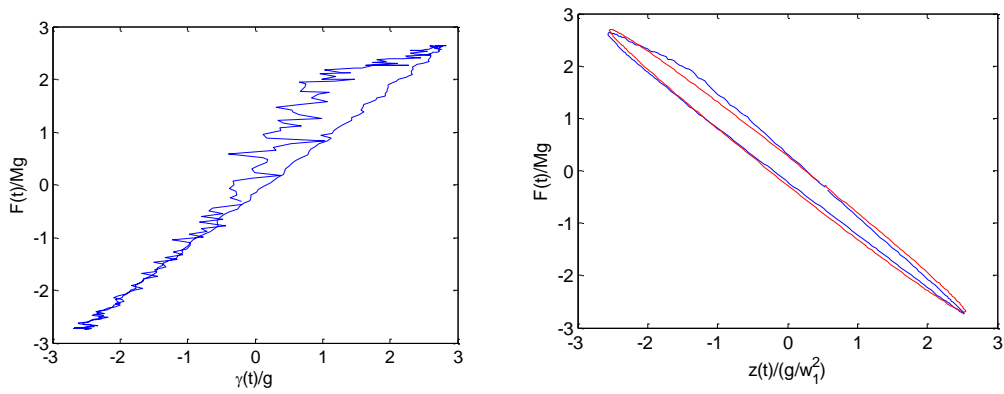


Figure II. 25: Courbe gauche - Représentation de la force en fonction de l'accélération au cours d'un cycle ; Courbe droite - Représentation de la force en fonction du déplacement pendant un cycle. En rouge est la représentation de la force du fondamental en fonction de son déplacement. Les mesures sont pour $V_g = 36.9$ ml de grain de verre et $\gamma_1 \approx 3g$

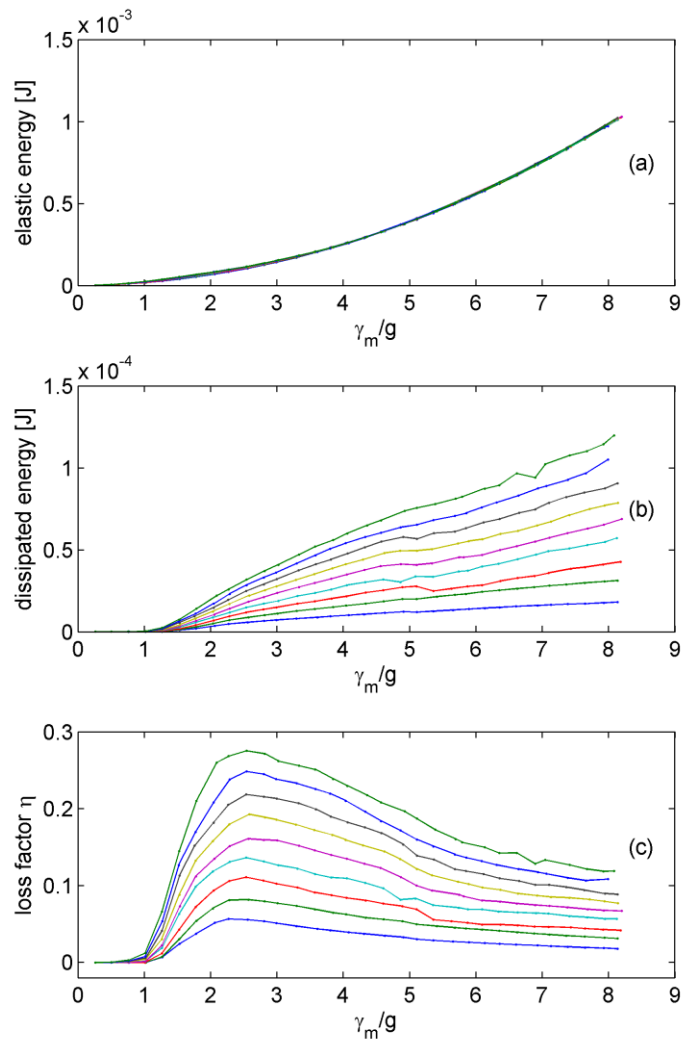


Figure II. 26: Représentations des différentes quantités énergétiques en fonction de l'accélération pour tous les taux de remplissage pour les grains d'acier

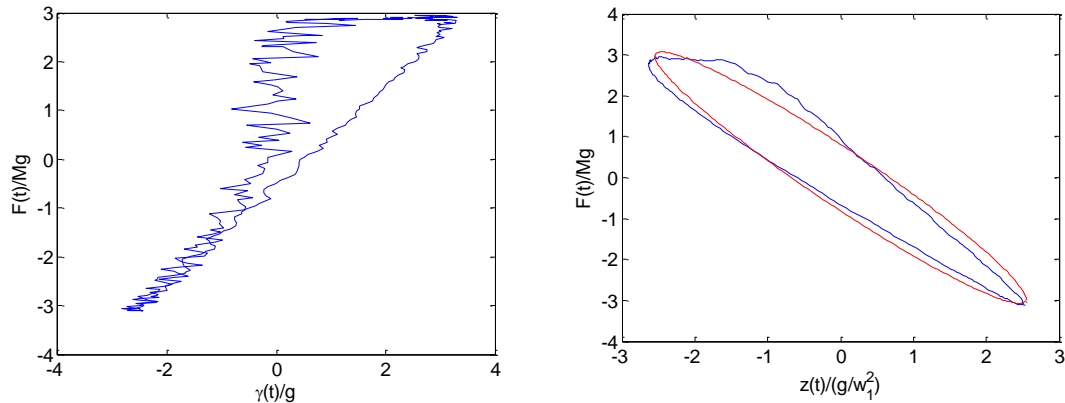


Figure II. 27: Courbe Gauche - Représentation de la force en fonction de l'accélération pendant un cycle. Courbe Droite - Représentation de la force en fonction du déplacement pendant un cycle. En rouge est la représentation de la force du fondamental en fonction de son déplacement. Les mesures sont pour $V_g = 36.9$ ml de grain d'acier et $\gamma_1 \approx 3g$

Ces deux figures représentent les différentes quantités énergétiques obtenues expérimentalement pour chacun des grains de verre et d'acier. Les figures (II.24a), (II.24b), (II.26a) et (II.26b) représentent chacune l'énergie élastique et l'énergie dissipée impliquées dans le système. Nous remarquons que l'énergie élastique évolue comme la puissance au carré de l'amplitude d'excitation, ce qui confirme bien l'évolution de l'énergie cinétique dans le système, qui est proportionnelle au carré de la vitesse. On trouve que l'évolution de l'énergie dissipée dépend fortement de l'amplitude d'excitation et de la quantité de grains introduits dans la cavité. La dissipation est due principalement au mouvement des particules à l'intérieur de l'enceinte. Cela traduit la capacité du matériau granulaire non-cohésif à redistribuer l'énergie d'un mouvement harmonique en plusieurs degrés de liberté et sur une large gamme de fréquence. A faible excitation, l'énergie dissipée est voisine de zéro, pour des amplitudes d'excitation inférieure à $1g$, ce qui peut être expliqué par l'immobilité des grains (le milieu granulaire se comporte comme un solide indéformable); le milieu granulaire contribue à la dynamique du système par son poids uniquement. Au-delà de $1g$, les grains commencent à interagir de façon intermittente avec l'enceinte, ce qui entraîne la transformation de l'énergie cinétique en une énergie dissipée par le transfert de mouvement entre le récipient et les particules. L'augmentation de l'énergie dissipée en fonction de l'amplitude d'excitation est gérée par la différence entre les vitesses des particules et du plan à l'instant de l'impact. Ce différentiel de vitesse augmente quand les particules entrent en collision avec le plan avec des vitesses élevées et de sens opposés.

D'autre part, les courbes figures (II.24c) et (II.26c) représentent le comportement dynamique de l'amortisseur par milieux granulaires et l'évolution du facteur de perte en fonction de l'amplitude d'accélération. Il apparaît clairement que le comportement de ce dispositif est fortement non-linéaire, le facteur de perte dépendant fortement de l'amplitude d'excitation et du niveau de remplissage des particules. L'évolution du facteur de perte présente des informations

caractéristiques notables. Tout d'abord, l'atténuation est nulle pour des amplitudes d'excitation inférieure à 1g. Pour des amplitudes d'excitations inférieures à 2.5g, le facteur de perte augmente avec l'accélération d'excitation (i.e. l'énergie dissipée par cycle augmente plus rapidement que l'énergie stockée). L'atténuation maximale est obtenue approximativement à l'entour de 2.5g, que ce soit avec des grains de verre ou des grains d'acier. Cela signifie qu'à cette amplitude d'excitation spécifique, la différence entre les vitesses d'impact normalisées par la vitesse du plan est maximale. Au-delà d'une amplitude d'excitation égale à 2.5g, le facteur de perte diminue progressivement comme l'inverse de l'amplitude d'accélération (l'énergie dissipée par cycle augmente plus lentement que l'énergie stockée).

Du point de vue énergétique, l'aire sous la courbe de la force en fonction du déplacement affichée dans les figures (II.25) et (II.27) représente l'énergie dissipée du système durant un cycle. On note que la quantité d'énergie dissipée est plus importante dans le cas des grains d'acier. Ceci est lié à la masse apportée par les grains d'acier (masse des particules en acier est beaucoup plus grande que celle des grains de verre). Dans chacune des deux figures, l'aire de la courbe rouge (qui correspond à la composante du fondamental uniquement) colle bien avec l'aire du signal mesuré, avec un taux de différence maximum de 5%. Ce comportement nous amène à conclure que l'énergie est essentiellement dissipée à la fréquence fondamentale du signal d'excitation.

Dans les sections qui suivent, on examinera l'effet de quelques paramètres internes du système (comme la masse, le nombre et le matériau des particules introduites dans le boîtier) sur l'évolution de sa réponse.

2.4.3.1. Effet de la masse

Dans cette partie nous allons étudier l'effet de la masse du milieu granulaire sur l'évolution de l'amortissement du système. La figure (II.28) représente le facteur de perte maximale η_{\max} en fonction de la quantité de masse introduite normalisée par la masse du boîtier vide. Il est clair que η_{\max} croît linéairement avec la masse réduite du système μ (rapport entre la masse des grains et la masse de l'enceinte vide).

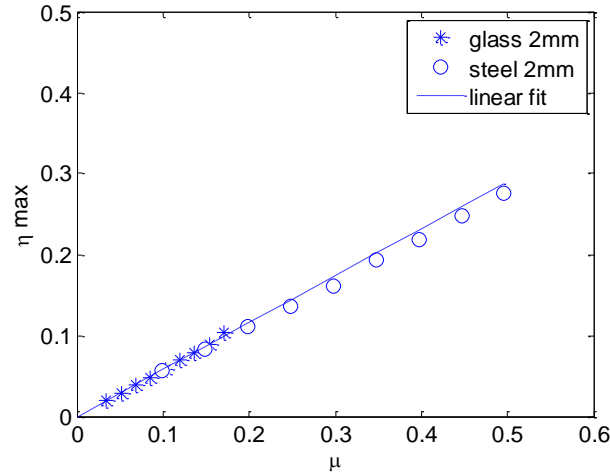


Figure II. 28: Représentation du facteur d'amortissement maxi en fonction de la masse réduite

On s'intéresse dans ce qui suit aux différents travaux réalisés par Friend et Kinra [5]. Ces derniers ont établis une relation de proportionnalité du facteur de perte η avec le terme $\mu'/(1+\mu')^2$, où $\mu' = m/M$ représente le rapport entre la masse des particules et celle de la structure.

Dans notre cas, on trouve que pour $0 \leq \mu' = (m_{\text{particles}} / M_{\text{container}}) \leq 0.6$, la relation de Friend et Kinra est satisfaite uniquement pour les petits rapports de masse $\eta_{\text{max}} \propto \mu \ll 1$, mais elle ne parvient pas à reproduire nos données à des rapports de masse plus élevé. Cette différence est principalement due au fait que les conditions expérimentales sont différentes. En effet, la masse de la structure dans notre cas fait intervenir la masse du pot vibrant qui contrôle le mouvement du boîtier alors que dans le cas de l'expérience de Friend et Kinra, il s'agit d'un boîtier attaché à l'extrémité d'une poutre cantilever vibrant librement dans le plan vertical. Egalement, les ratios de masse utilisés dans cette recherche diffèrent aussi de ceux enquêtés par Friend et Kinra, où ils n'ont étudié qu'un seul rapport de masse de grain égal à $m_{\text{particles}} = \frac{M}{10}$.

Le résultat obtenu montre bien que le facteur de perte augmente avec la quantité de masse introduite dans le système. Ceci peut être expliqué par le phénomène d'équipartition d'énergie [21]. En fait, lors de l'excitation du système, une partie de l'énergie cinétique du boîtier va être transmise aux particules par le phénomène de propagation d'énergie. Chaque particule acquiert alors une partie de cette énergie ($E_{\text{particle}} = 1/2 * m_{\text{particle}} v_{\text{particle}}^2$) qui participe ensuite à l'atténuation lors de la mise en mouvement dans toutes les directions. Ainsi, quand la masse des grains augmente, l'énergie stockée par les particules dans le système va augmenter. Plus cette énergie stockée est importante, plus les grains la dissipent sous forme de mouvements aléatoires: il en résulte que l'augmentation de la masse des grains entraîne une atténuation plus élevée dans le système.

2.4.3.2. Courbe universelle

Le facteur d'amortissement réduit η_* représente le facteur de perte η normalisé par la masse réduite du système μ donné comme suit $\eta_* = \eta / \mu$. La figure (II.29) présente l'évolution du facteur d'amortissement réduit en fonction de l'amplitude d'excitation pour tous les taux de remplissage et pour les deux types de matériaux (grain en verre et en acier) en fonction de l'accélération.

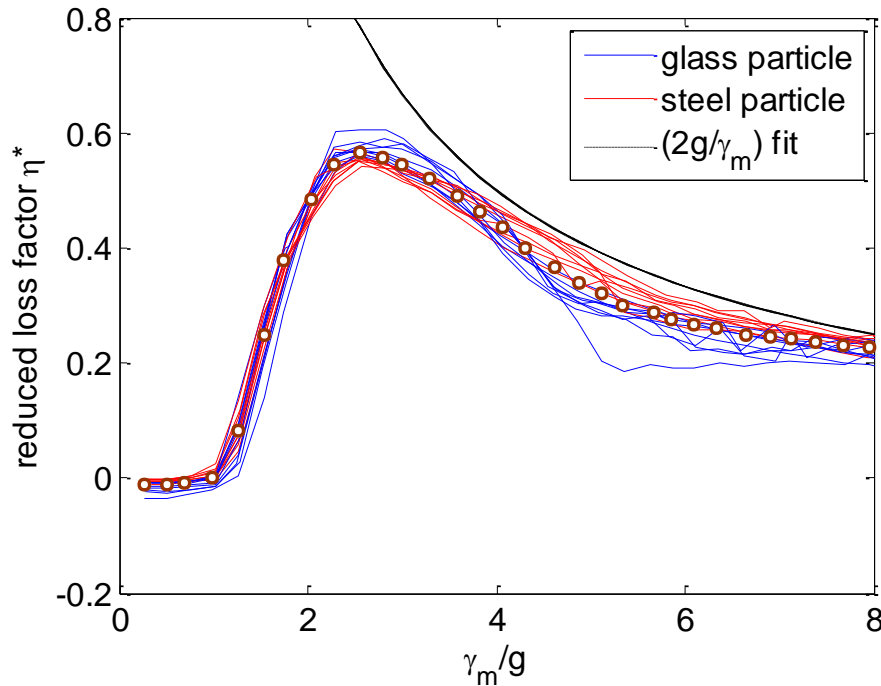


Figure II. 29: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'amplitude d'excitation pour tous les niveaux de remplissage pour chacun des grains de verre et d'acier

L'analyse de la figure montre l'apparition d'une courbe maitresse universelle (toutes les données s'alignent sur une courbe unique) qui caractérise l'amortissement réduit apporté par chacun des grains d'acier et des grains de verre pour tous les niveaux de remplissage. Le facteur de perte réduit est nul pour les faibles amplitudes d'excitations puis commence à augmenter au-delà de 1g et atteint un maximum de 0.6 à l'alentour de 2.5g. Ensuite pour des amplitudes d'excitations élevées, η_* diminue progressivement comme l'inverse de l'amplitude d'accélération ($1/\gamma_{\max}$). Ce comportement peut être expliqué par la relation de proportionnalité du facteur de perte avec la période d'oscillation du système divisée par la durée de vol des particules. Cette relation sera détaillée dans le chapitre suivant (voir paragraphe « III-2 Description analytique »).

On note que cette courbe dépend uniquement de l'amplitude d'accélération (γ_{\max} / g) et elle est indépendante du type de matériau utilisé (élasticité, densité, etc.) ainsi que du nombre de particules (peu importe le nombre de particules utilisées : par exemple, 1293 particules d'acier pèsent 51.6g

alors que 52.8g correspond à 5553 particules en verre. Ceci montre que la friction et les collisions inélastiques existant entre les particules, qui sont dépendant du nombre de contacts, ne sont pas des facteurs déterminants dans le processus de dissipation.

Ce dernier est principalement géré par le phénomène d'équipartition d'énergie vibratoire à travers les particules dans toutes les directions. Dans ce cadre, l'énergie dissipée lors d'une collision entre les grains et le récipient correspond à l'énergie cinétique emmagasinée par les grains lors de leur décollage depuis le contenant : elle est donc proportionnelle à la masse des grains. Ceci confirme le résultat obtenu dans la figure (II.28), dans lequel on observe que le maximum du facteur de perte augmente de façon linéaire avec la masse de grains incorporé dans le système, sur toute la gamme de valeurs des paramètres testés dans nos expériences.

2.4.3.3. Effet du nombre des grains

Dans cette section, on traite l'influence du nombre de grain sur le taux d'atténuation produit dans le système. L'amortissement est évalué pour une même quantité de masse introduite, mais pour deux valeurs de rayons différents, la masse et les rayons des billes testées sont donnés dans le tableau suivant :

Masse de bille	Nombre Verre (2 mm)	Verre (0.8 ~ 1.2 mm)
5 g	125	1000
10 g	250	2000
15 g	375	3000
20 g	501	4008
25 g	626	5008
30 g	751	6008
35 g	876	7008
40 g	1002	8016

Tableau II. 2: Relation entre la masse et le nombre des particules

Nous avons évalué les effets du changement du nombre de particule sur l'évolution du facteur de perte du système. Les résultats sont présentés dans la figure (II.30).

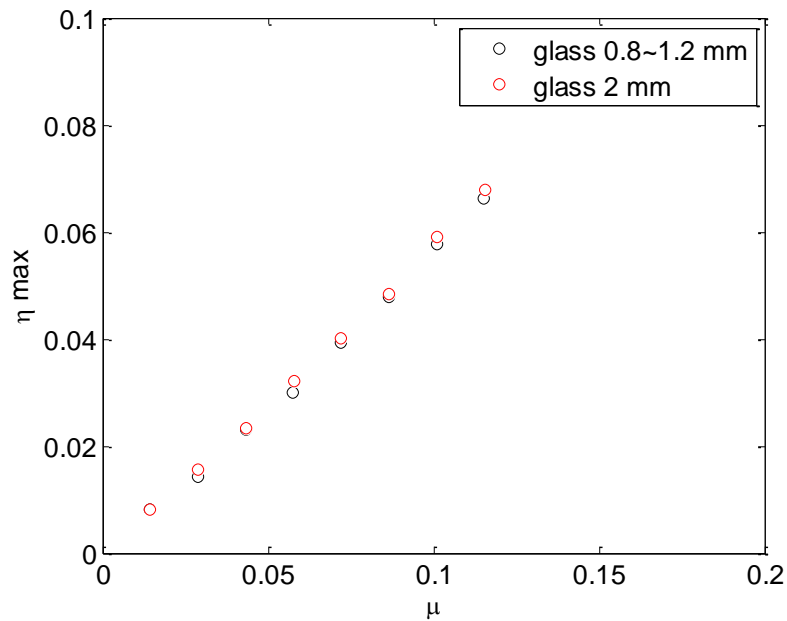


Figure II. 30: Représentation du facteur de perte maxi en fonction de la masse pour différents valeurs de rayons

Nous constatons à partir de la figure (II.30) que le nombre de particule n'affecte pas l'évolution du facteur de perte. Nous avons obtenu le même taux d'amortissement pour une même quantité de masse avec un nombre de particule très différent. En effet, le nombre de particules augmente de pratiquement 8 fois en gardant la même masse introduite mais en changeant le rayon des particules de 2 mm en moyenne à 1 mm en moyenne. Ce résultat montre que le nombre de particules n'est pas un facteur déterminant dans les mécanismes de dissipation, ce qui nous permet de conclure que la dissipation produite dans le système n'est pas gérée en premier lieu par les interactions (de types viscoélastique ou frictionnelle) entre les particules et qui confirme l'hypothèse donnée dans l'analyse préliminaire : la dissipation est principalement affecté par la masse des grains qui redistribue l'énergie vibratoire sur le très grand nombre de degrés de libertés des grains.

2.4.3.4. Effet de la nature des matériaux

Nous présentons ici l'évolution du facteur de perte maximal en fonction du type de matériaux (acier et verre) de masses identiques.

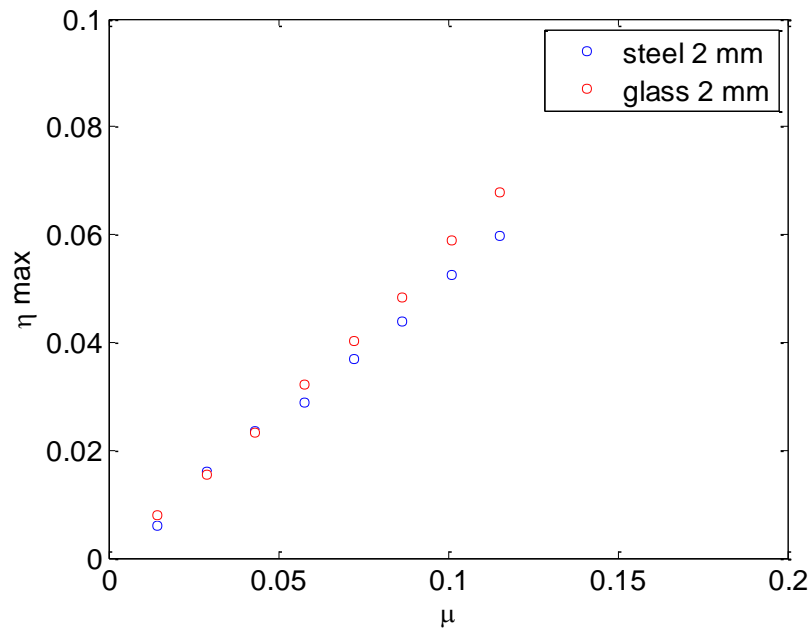


Figure II. 31: Evolution du facteur de perte maxi en fonction de la masse pour deux matériaux différents

Nous constatons à partir la figure (II.31) que les facteurs de perte maximaux obtenus avec des grains de verre et des grains en acier, à masse égales, sont pratiquement identiques. Cela nous permet de déduire que le matériau constituant les grains n'est pas non plus un facteur décisif dans le mécanisme de dissipation qui se produit dans le système.

2.4.3.5. Effet de l'amplitude d'excitation sur l'évolution de la masse apparente

Dans cette partie, nous présentons l'effet de l'amplitude d'excitation sur l'évolution de la masse apparente du système ainsi que les différents phénomènes mis en jeu dans cette expérience. La figure (II.32) représente l'évolution de la masse apparente du système en fonction de l'amplitude d'excitation. La masse apparente du système correspond au rapport entre l'amplitude de la force et l'amplitude de l'accélération du système $m_{eff} = |F|/|\gamma| = m_c + m_{dyn}$. Ici, m_c représente la masse du contenant vide et m_{dyn} représente la masse dynamique des particules ressentie par le contenant à la fréquence du fondamentale.

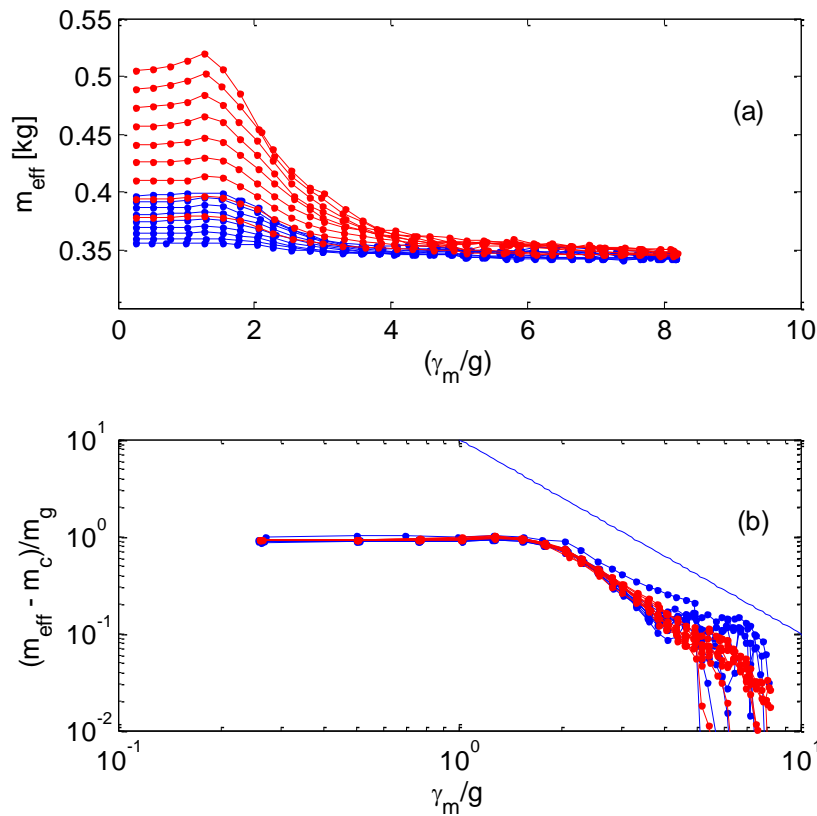


Figure II. 32: (a) Masse effective en fonction de l'amplitude d'excitation (b) ratio entre le différentiel de la masse effective et le boîtier vide par la masse des grains

Pour des faibles amplitudes d'excitation $\gamma < 1g$, nous observons que la masse apparente du système est égale à la masse du contenant vide plus la masse du granulaire (les particules sont immobile et le milieu granulaire se comporte comme un solide indéformable). A mesure que l'amplitude d'excitation augmente et dépasse $1g$, la masse apparente commence à diminuer : ceci peut être expliqué par la mobilité des grains ; ces derniers bougent et ils ne sont pas tous en contact avec le fond du boîtier, la masse apparente diminue comme $1/\gamma^2$ jusqu'à tendre vers une constante qui représente la masse du boîtier vide. Ceci nous amène à conclure que les particules ne sont plus en contact avec le boîtier que de manière intermittente et ne sont essentiellement en contact qu'entre eux même.

2.4.3.6. Effet de la fréquence

Dans cette partie, nous étudions l'effet du changement de fréquence sur le niveau d'atténuation dans le système. Cette étude est menée avec des grains de verre ou des grains d'acier, pour différentes amplitudes d'excitation, avec un niveau de remplissage de 50%.

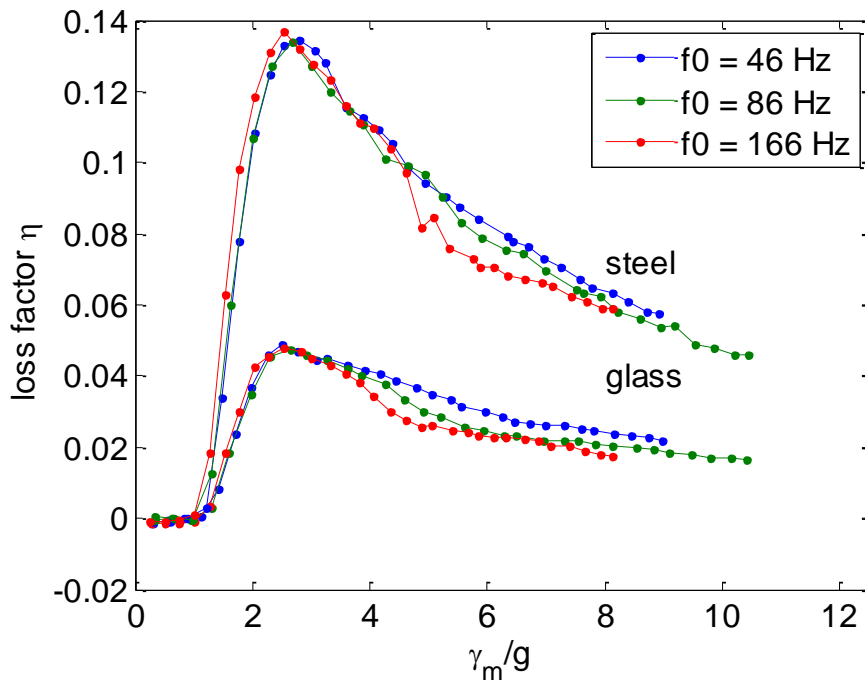


Figure II. 33: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accél pour différents fréquences d'excitation pour chacun des grains de verre et d'acier

Les résultats de la figure (II.33) montrent que le taux d'amortissement décroît notablement avec l'augmentation de la fréquence pour les larges amplitudes d'excitations ($\gamma_m \geq 3g$). Cet effet s'explique par une dissipation additionnelle engendrée par la friction de l'air avec les particules. En effet, l'amortissement fourni par ce mécanisme donne la proportionnalité suivante :

$$\eta_{add} \propto 1/\omega\tau_D \quad (2.10)$$

où τ_D est un temps de relaxation visqueuse que nous développerons dans le chapitre suivant (« III.2. Description analytique »).

2.5. Récapitulatif

Le deuxième montage expérimental réalisé a permis d'identifier et de caractériser plus finement l'amortissement apporté par un matériau granulaire, en l'absence de structure primaire. L'amortissement par matériaux granulaires a été mesuré pour différentes amplitudes d'excitations, deux types de grains (acier et verre), différents taux de remplissage et différentes fréquences d'excitation. Ceci dans le but de fournir une compréhension approfondie de cet amortissement. La dépendance et l'indépendance de cet amortisseur avec les paramètres cités nous permet de révéler les différents mécanismes impliqués dans le système. Nous avons ainsi identifié que l'amortissement

dépend essentiellement de la masse de grains introduite dans le système. Le changement de matériau et la variation du nombre ou du rayon des particules n'affecte quasiment pas l'amortissement dans le système. D'autre part, la dépendance de l'atténuation avec l'amplitude d'excitation a été très clairement mise en évidence et montre bien la non linéarité de ce genre de système

Conclusion

Dans ce chapitre, deux techniques de caractérisation expérimentales de l'amortissement apportées par milieux granulaires ont été envisagées. Le principe de la première méthode de caractérisation consiste à comparer les réponses du système (poutre avec amortissement par milieux granulaires) avec ou sans matériau granulaire, autour des fréquences propres du système primaire. Cette première méthode est limitée dans la mesure où elle ne permet de quantifier le comportement de l'amortisseur granulaire qu'autour des fréquences propres de la structure primaire. La deuxième méthode employée consiste à déterminer l'amortissement apporté par un milieu granulaire uniquement (sans utilisation d'une structure primaire). Ce protocole a permis de caractériser le fonctionnement de l'amortisseur dans des gammes d'amplitudes et de fréquences étendues. Nous avons montré que l'amortissement généré ne dépend essentiellement que de l'amplitude de vibration et du rapport entre la masse de grains et la masse du système en vibration, tandis que le nombre, la taille ou le type de particules n'influent que très peu sur son comportement.

Chapitre 3 : Modélisation numérique de l'amortissement par milieux granulaires avec la méthode DEM

1. Méthode DEM	57
1.1. Logiciel et code DEM	58
1.2. Processus de fonctionnement de la méthode DEM	62
1.3. Architecture de YADE	69
2. Description Analytique	72
3. Simulation numérique	80
3.1. Algorithme de calcul	80
3.2. Réalisation du premier modèle numérique	82
3.3. Réalisation du deuxième modèle numérique	88
Conclusion	100

Ce chapitre est dédié à la présentation du processus de modélisation numérique du phénomène d'amortissement par milieux granulaires. La première partie de ce chapitre couvrira la phase de choix de la technologie de simulation ; en continuité avec ce qui a été présenté dans le premier chapitre, une étude des différentes approches logicielles pour l'implémentation de la méthode DEM sera présentée. Finalement, une comparaison entre les approches présentées servira comme référence pour expliquer le choix de l'outil de modélisation.

D'autre part, la deuxième partie sera dédiée pour la présentation des simulations numériques effectuées. Le but est de confirmer les analyses issues de la partie expérimentale avec un modèle numérique. Deux implémentations numériques seront présentées ; un modèle minimal composé par une seule particule initialement en contact avec un plan oscillant et un deuxième modèle sous forme d'une colonne de sphères composée par un nombre fini N de particules initialement en contact avec un plan oscillant.

1. Méthode DEM

La méthode des éléments discrets est une approche numérique développée par Cundall et Strack [26] dans les années 1970 qui a pour but l'analyse de mécanique des roches. Ultérieurement, cette méthode a été adoptée pour étudier le comportement dynamique des matériaux granulaires comme le sable, les poudres et les céréales qui sont composés de millions de particules. Le concept général de la méthode des éléments discrets consiste à décrire le mouvement de toutes les particules du système. Ceci s'effectue en plusieurs étapes : la première consiste à déterminer les différentes interactions existantes entre les particules via l'algorithme de détection de contact. Puis, un calcul des forces de contacts associés aux interactions détectées est effectué en se basant sur un modèle de contact bien approprié tel que le modèle visqueux, le modèle visco-élastique, le modèle élasto-plastiques, le modèle adhésive, etc. Finalement, la deuxième loi de Newton est appliquée pour fournir la trajectoire de chaque particule. Ceci permettra par la suite d'étudier les transformations énergétiques produites dans le système et analyser les différents phénomènes physiques résultant par ces mouvements.

En plus de détails, l'algorithme DEM est défini par le schéma qui suit :

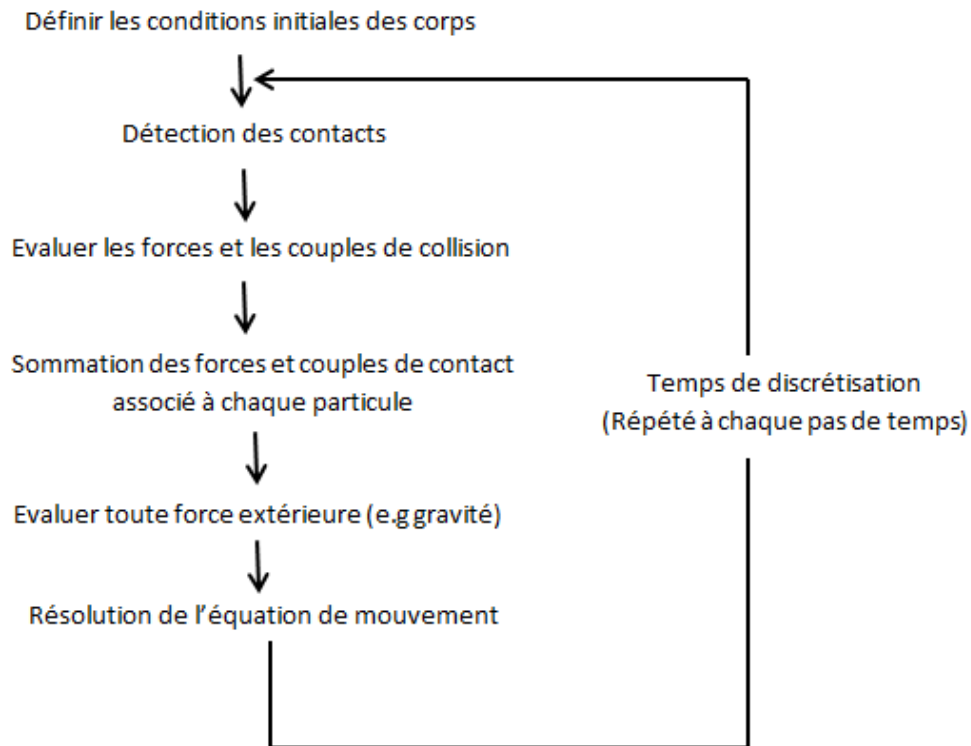


Figure III. 1: Processus de modélisation par la méthode DEM

1.1. Logiciel et code DEM

Il existe multiples codes traduisant la méthode des éléments discrets dont quelques-unes sont gratuites et d'autres dont l'exploitation est payante. Même si tous les codes DEM partagent la même logique de base, il peut y avoir des différences significantes relatives aux détails d'implémentation. De ce fait, la précision des résultats peut varier entre les codes d'où le besoin de valider chaque code à part.

1.1.1. Code DEM « open source »

1.1.1.1. LMGC90

La méthode NSCD (Non Smooth Contact Dynamics) est une méthode de modélisation par éléments discrets qui ne tient pas compte des chevauchements entre les particules, qui utilise des lois d'interaction non-régulières (lois à seuil, sauts de vitesse, etc.) et intègre l'équation de la dynamique de façon implicite à l'inverse des méthodes classiques basées sur des lois d'interaction régulières (fonctions continues et différentiables) et qui s'accompagnent d'un schéma d'intégration explicite (type méthode de Cundall). Cette méthode permet la modélisation de grandes familles d'objet solide en interaction [40]. Le code de calcul LMGC90 est tout à fait adapté à la modélisation de structures maçonnées et permet ainsi l'implémentation de la méthode NSCD. Il est à noter que de multiples lois

d'interaction intégrées dans le logiciel LMG90 tiennent compte du comportement aux interfaces tel que le contact frottant, la cohésion, ou des comportements plus singuliers comme la présence de ferraillements. Le choix des lois d'interaction et des modèles volumiques vise à représenter au mieux la phénoménologie.

1.1.1.2. LIGGGHTS

LIGGGHTS (LAMMPS Improved for General Granular and Granular Heat Transfer Simulations) est un logiciel libre écrit en C++ pour la modélisation des matériaux granulaire étendue à partir du LAMMPS mais amélioré pour la simulation des granulaires en général et le transfert de chaleur dans les milieux granulaires. Il a été développé par Christoph Kloss du Laboratoire Christian Doppler pour la modélisation des flux de particules à l'Université Johannes Kepler à l'Autriche. LIGGGHTS fait partie du projet CFDEM Dans le but de développer une nouvelle approche entre la mécanique des fluides numérique CFD (computational fluid dynamics) et la méthode des éléments discrets DEM (discrete element method).

1.1.1.3. ESys-Particle

ESys-Particle est un progiciel pour la simulation des particules, basé sur une modélisation numérique. Le logiciel implémente la méthode des éléments discrets (DEM) qui est fréquemment utilisé pour la modélisation des processus qui comportent des déformations larges, des écoulements granulaires et des fragmentations. ESys-Particle est destiné à être exécuté sur des supercalculateurs parallèles, des clusters, ou bien des PC à processeurs multi-cœurs fonctionnant sur le système Linux.

Ce software a été spécialement conçu pour la simulation des fractures et la fragmentation des roches (la nucléation de terre, broyage dans des cellules de cisaillement, la fragmentation des roches).

1.1.1.4. YADE

Le code de calcul YADE (Yet Another Dynamic Engine [41]) a été élaboré et développé au Laboratoire «3SR» de Grenoble, qui permet de créer des modèles numériques en trois dimensions, en utilisant des lois bien appropriés aux problèmes traités. Ce software est en fait une amélioration du code SDEC [42], basée sur la méthode classique des éléments discrets (DEM). Les capacités de ce code sont en évolution continue grâce à la vaste communauté d'utilisateurs de ce logiciel. Les parties de calcul sont écrites en C++ en utilisant le modèle d'objet, permettant la mise en œuvre de nouveaux algorithmes indépendants ainsi que l'importation et l'exportation de données. Python peut être utilisé pour créer et manipuler les simulations ou bien pendant la phase de post-traitement et

débogage des résultats permettant par exemple l'accès aux données internes au cours des simulations.

1.1.2. Les codes DEM commercialisés

1.1.2.1. PFC2D ET PFC3D

Le software PFC (Particle flow code) a été élaboré par le groupe de consultation ITASCA. Il permet de modéliser le mouvement des particules sphériques et les interactions existants en utilisant la méthode des éléments discrets. PFC peut fonctionner soit en 2D soit en 3D. Les calculs dans PFC prennent en charge une série de pas de temps et les équations dynamiques sont effectuées pour chaque pas de temps au lieu de sauvegarder les résultats et de réutiliser les matrices comme dans un schéma implicite. Cependant, plusieurs milliers de pas de temps sont exécutés et les calculs sont effectués sur chaque particule pour chaque étape. Chaque étape dure généralement une fraction de seconde, chose qui engendre un temps d'exécution assez long dans le cas d'un système composé de plusieurs particules. Dans la pratique, de nombreuses applications nécessitent une grande quantité de particules pour décrire correctement un système et d'où le temps de calcul est souvent une des limites de ce logiciel.

1.1.2.2. EDEM

EDEM est un logiciel de haute performance pour la simulation des écoulements des matériaux en vrac, développé sur la base de la méthode des éléments discrets. EDEM modélise et analyse, rapidement et avec précision, le comportement des matériaux en vrac. La simulation EDEM est capable d'exécuter les bibliothèques définies par l'utilisateur à travers les API EDEM. Les modèles personnalisables sont disponibles pour les modèles de contact. Cela donne encore plus de souplesse pour les simulations EDEM permettant aux clients de créer des modèles spécialisés pour leurs applications. EDEM permet également la simulation multi-physique en fournissant une interface de couplage pour les simulations bidirectionnelles couplée avec les codes de mécanique de fluide numérique (CFD) et de la dynamique des multi-corps (MBD).

1.1.3. Comparaison

Dans cette partie, on présentera les points forts et faibles de chaque type de logiciel (payant ou gratuit) pour l'utiliser comme référence lors du choix de la technologie d'implémentation de la méthode DEM.

Software	Avantages	Limites
Software gratuit (LMGC90, LIGGGHTS, ESys-particle, Yade)	<ul style="list-style-type: none"> Aucun cout de License Contrôle totale de la mise en œuvre du code source Plusieurs utilisateurs et simulations 	<ul style="list-style-type: none"> Programmation et expertise en DEM nécessaire Support de groupe indispensable
Software commercialisé (e.g, PFC3D , EDEM)	<ul style="list-style-type: none"> Aucune expérience de programmation n'est nécessaire Meilleure interface graphique Support et formation disponible 	<ul style="list-style-type: none"> Cout de License chère Aucun contrôle sur la mise en œuvre

Tableau III. 1: Comparaison entre les logiciels d'implémentation de la méthode DEM

Cette première classification a permis de fixer l'orientation vers les solutions gratuites vues qu'aucun souci budgétaire ne se présente avec cette famille de software. D'autres KPI¹ de choix ont été fixés pour élaborer une comparaison entre LMG90, LIGGGHTS, ESys-particle et Yade. Pour un choix adéquat du bon logiciel DEM, on s'est basé sur les indicateurs suivants:

- Simplicité d'installation
- Simplicité d'utilisation
- La fiabilité
- La qualité de la documentation
- La capacité de traitement
- Support
- Simplicité de mis à jours et de modification

Ci-dessous un tableau récapitulatif obéissant aux critères déjà mis en place.

Logiciel	Installation	Facilité d'utilisation	Documen-tation	Support	Traitement	Mise à jour / modification	Langue
LIGGGH TS	Complexe	difficile	pauvre	bien	Parallel processing	facile	C++
ESys-Particle	Très facile	facile	bien	bien	Parallel processing	moyen	Python
YADE	Très facile	moyenne	Très bien	excellen-t	OpenMPI ²	facile	Python

Tableau III. 2: Comparaison entre les logiciels gratuits pour l'implémentation de la méthode DEM

¹ KPI=Key Performance Indicator

² Open Source High Performance Computing

Sur la lumière de cette analyse, le logiciel Yade a été sélectionné pour l'implémentation de la méthode DEM et ainsi la modélisation numérique du milieu granulaire et les différents échanges énergétiques présents dans le système. En effet, Yade est un logiciel largement sollicité par les sujets de recherches dans le milieu granulaire et offre une flexibilité importante en termes de fonctionnalité (bibliothèque assez riche grâce à la communauté large de Yade) et en termes de type de données exploitables pour l'analyse des résultats. En outre, ce logiciel n'est pas gourmand en terme de performance (utilisation mémoire et CPU) et offre un temps de calcul acceptable. D'autre part, la documentation officielle de Yade est accessible et très riche permettant une montée en compétence assez rapide sur le logiciel.

Dans la suite de cette thèse, toutes les analyses présentées seront basées sur le logiciel YADE.

1.2. Processus de fonctionnement de la méthode DEM

En continuité avec l'introduction à la méthode DEM présentée dans le premier chapitre, une déclinaison doit être effectuée pour présenter l'implémentation de cette méthode avec le logiciel YADE, notamment les étapes de détection de contact, la modélisation des forces et l'intégration de mouvement.

1.2.1. Détection de contact [43]

Le calcul exacte de la collision entre deux particules peuvent s'avérer relativement couteux (par exemple entre sphère et facette). Considérons un cas général de pair de particules i et j , représentés respectivement par l'ensemble des points P_i et P_j . Généralement la détection se déroule en deux étapes :

- Une détection rapide en utilisant des estimations approximatives de P_i et P_j
- L'isolation des collisions impossibles et ainsi les algorithmes de détection de contact exacte peuvent s'exécuter sur l'ensemble des interactions possibles

Il est à noter que les algorithmes d'évaluation des collisions ont donné lieu à des recherches élaborées dans d'autres domaines tels que les domaines liés à la robotique et d'infographie. Ces algorithmes peuvent être divisés en deux groupes :

- Des algorithmes hiérarchiques : qui subdivise récursivement l'espace et limite le nombre des contrôles approximatifs dans le premier passage, sachant que les volumes de délimitation de niveau inférieur peuvent se croiser que si elles font partie au même volume de délimitation de niveau supérieur.

- Des algorithmes plats : Dont la logique consiste à travailler directement avec les volumes englobant sans les regrouper dans des hiérarchies dans un premier temps. Deux types d'algorithme sont couramment utilisés dans les simulations de particules ; « sweep and prune » et « grid algorithm »

✓ **Sweep and prune** : Nous présentons dans ce paragraphe l'algorithme « sweep and prune » tel que utilisé dans Yade pour la détection des contacts. Le principe de la méthode consiste à représenter chaque objet dans un intervalle qui le contient exactement, c'est-à-dire définir les valeurs maximales et minimales sur chaque axe x, y et z (voir figure III.2). Les volumes englobant des objets sont des AABB³ noté par \tilde{P}_i , et ce sont les candidats pour l'investigation des chevauchements. La présence du chevauchement entre deux objets est bien effectuée en cas de présence de l'intersection entre les projections suivant les trois axes :

$$(\tilde{P}_i \cap \tilde{P}_j) \neq 0 \Leftrightarrow \bigwedge_{w \in \{x, y, z\}} \left[\left((\tilde{P}_i^{w0}, \tilde{P}_i^{w1}) \cap (\tilde{P}_j^{w0}, \tilde{P}_j^{w1}) \right) \neq 0 \right]$$

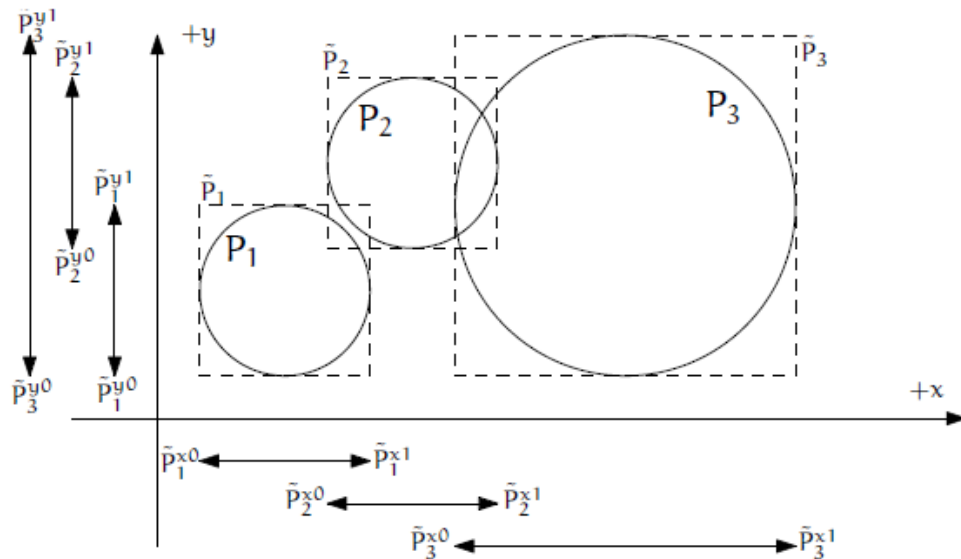


Figure III. 2: Algorithme Sweep And Prune, où AABB de chaque sphère est représenté par des valeurs minimal et maximale le long de chaque axe. La formation d'un chevauchement est due à la présence du chevauchement le long des trois axes Dans cet exemple, $(\tilde{P}_1 \cap \tilde{P}_2) \neq 0$ et $(\tilde{P}_2 \cap \tilde{P}_3) \neq 0$

1.2.2. Equation de mouvement

Une fois toutes les forces appliquées à la particule sont connus (soit par les particules voisins, soit par les parois constituant l'enceinte où est logé tout le système granulaire, soit par l'environnement dites forces extérieures tel que le cas de la force de pesanteur), le problème revient alors à intégrer l'équation de mouvement pour obtenir les différentes positions et moments de toutes les particules.

³ AABB: Axis-aligned bounding boxes

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} r_i = f_i + m_i g \quad (3.1)$$

$$f_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij} \quad (3.2)$$

Avec m_i la masse d'une particule i , r_i sa position, f_i est la somme des forces de contact appliquées à la particule due aux contacts avec les particules voisins ou bien avec les parois de l'enceinte et N est le nombre de corps y compris les particules et les parois avec lesquelles la particule i est en contact.

Le moment d'une particule i est donné à son tour par la relation suivante :

$$I_i \frac{d}{dt} \omega_i = t_i \quad (3.3)$$

I_i est le moment d'inertie d'une particule i , ω_i est sa vitesse angulaire, t_i est la sommation de tous les couples appliqués à la particule exprimé par :

$$t_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{T}_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{d}_{ij} \times \vec{F}_{ij} \quad (3.4)$$

Avec \vec{d}_{ij} la distance entre le centre de masse de la particule i et le point de contact entre les particules i et j .

1.2.3. Modèle de force de contact

La modélisation des forces de contact est une étape importante dans la procédure de la méthode des éléments discrets qui a pour but de caractériser l'état des particules en contact.

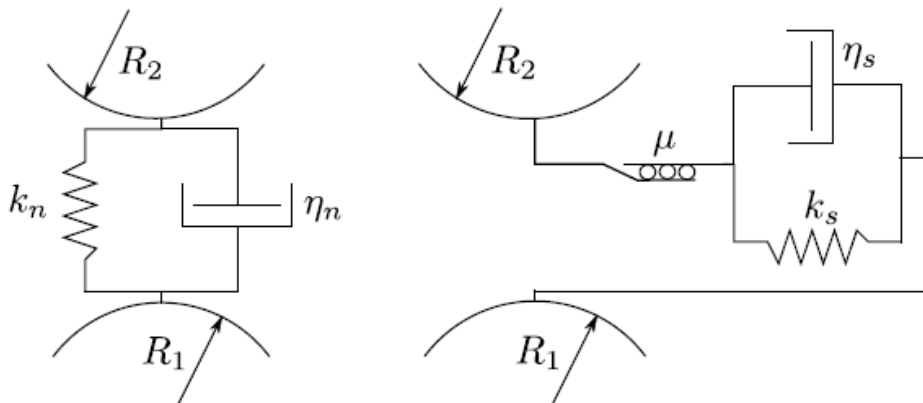


Figure III. 3: Modélisation des forces normale et tangentielle

Deux particules sphériques i et j de rayons respectifs r_i et r_j , interagissent uniquement quand la distance de leur chevauchement δ est positive. La force appliquée de la particule j à la particule i est décomposée en une composante normale et une autre tangentielle

$$F = F_n + F_t \quad (3.5)$$

Un examen plus détaillé des forces normale et tangentielle a permis de formuler une relation entre la force de contact et les forces élastiques et visqueuses.

1.2.3.1. Force de contact normale

Le modèle de force de contact normal est exprimé par une addition d'une composante normale élastique et une composante normale dissipative.

$$F_n = F_{ne} + F_{nv} \quad (3.6)$$

La composante normale élastique (F_{ne}) est traduite par la relation de Hertz comme décrit par Johnson [44] en 1985 :

$$F_{ne} = \frac{4 \times E_{eff} \times \sqrt{r_{eff}}}{3} \times \delta_n^{3/2} \quad (3.7)$$

Où

- δ Est l'interpénétration entre les particules i et j soumise à la relation $\delta = r_i + r_j - |X_i - X_j|$ avec X_i et X_j les positions respectives des particules i et j .
- r_{eff} Est le rayon des particules équivalentes donné par la relation suivante:
 $r_{eff} = r_i r_j / (r_i + r_j)$
- E_{eff} Est le module d'Young effectif exprimé par la relation suivante:
 $1/E_{eff} = (1-\nu_i^2)/E_i + (1-\nu_j^2)/E_j$, avec (ν_i, ν_j) sont les coefficients de Poisson respectives des particules i et j et (E_i, E_j) sont les modules d'Young respectifs des particules i et j .

La composante normale visqueuse (F_{nv}) est ajoutée à la force normale élastique du contact pour simuler d'avantage le comportement inélastique présent dans le contact.

Un modèle visqueux non linéaire est utilisé, similaire au modèle proposé par Kuwabara et Kono [45] en 1987. La caractéristique principale de ce modèle est que le coefficient de restitution et le temps de collision ne sont pas des constantes définies statiquement dès le début de la simulation mais des paramètres qui décroissent avec l'augmentation de la vitesse d'impact.

$$F_{nv} = \alpha(\varepsilon) \times \sqrt{m \times k_n} \times \delta_n^{1/4} \times \dot{\delta}_n \quad (3.8)$$

Où :

- k_n : est la raideur du contact normale $k_n = 4/3 E_{eff} \sqrt{r_{eff}}$
- m : est la masse réduite donnée par l'équation suivante $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$

- δ_n : est la distance d'interpénétration normale
- $\dot{\delta}_n$: est la composante normale de la vitesse relative ($v_i - v_j$)
- $\alpha(\varepsilon)$ est une constante empirique liée au coefficient de restitution e . La relation

entre α et e a été déterminée par Tsuji [46] et présentée par la courbe qui suit :

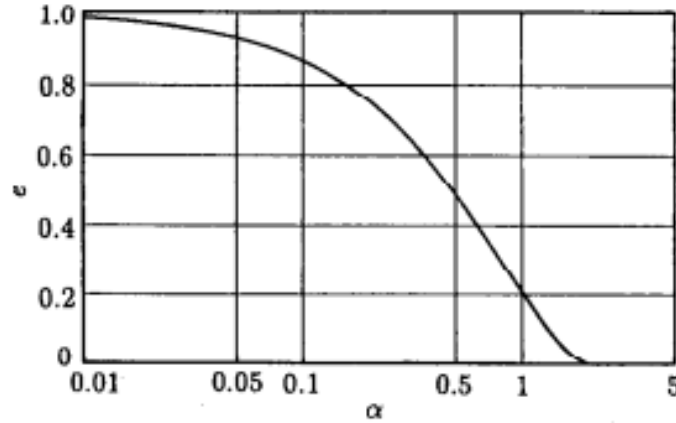


Figure III. 4: Evolution du paramètre α en fonction du coefficient de restitution e

1.2.3.2. Force de contact tangentielle:

La détermination de la force tangentielle est soumise à la même logique où cette force sera composée par une composante tangentielle élastique et une autre composante tangentielle visqueuse.

$$F_t = F_{te} + F_{tv} \quad (3.9)$$

Conformément à Mindlin [47], la force de cisaillement (composante tangentielle élastique) est linéairement liée au déplacement tangential relatif au point de contact, où aucun micro-glissement n'est considéré. Ceci est traduit par l'équation suivante :

$$F_{te} = 8 \times G^* \times \sqrt{r_{eff} \delta_n \delta_s} \quad (3.10)$$

Où

- G^* est le module équivalent du cisaillement effectif exprimé par la relation suivante

$$G^* = \left(\frac{2-\nu_i}{G_i} + \frac{2-\nu_j}{G_j} \right)^{-1} \text{ avec } (\nu_i, \nu_j) \text{ sont les coefficients de Poisson respectives des}$$

particules i et j et (G_i^*, G_j^*) sont les modules de cisaillement respectifs des particules i et j.

- δ_n et δ_s sont respectivement les interpénétrations normale et tangentielle entre les particules i et j.

D'autre part, la composante tangentielle visqueuse est soumise à la même relation qui a été présentée pour la composante normale visqueuse :

$$F_{tv} = \alpha(\varepsilon) \times \sqrt{m \times k_n} \times \delta_n^{1/4} \times \dot{\delta}_t \quad (3.11)$$

Avec $\dot{\delta}_t$ la composante tangentielle de la vitesse relative ($v_i - v_j$).

La force normale du contact F_n est ensuite employée pour calculer la force tangentielle maximale autorisée par le critère de Mohr Colomb .La force de cisaillement est limitée par $F_t \leq F_{t,\max} = \mu F_n$ avec μ le coefficient de friction.

1.2.4. Schéma d'intégration

L'intégration des équations de mouvement par la méthode des éléments discrets requiert une attention particulière. Des fonctions de pénalité exprimant les forces répulsives ont un certain ordre de discontinuité lorsque le contact se produit. Cela favorise les méthodes d'intégration explicite, qui sont en effet utilisées dans la plupart des codes d'éléments discrets. Le critère de stabilité numérique établi une limite pour le choix du pas de temps :

$$\Delta t < \sqrt{m / k} \quad (3.12)$$

Avec m la masse de la particule et k sa raideur de contact. Pour un matériau continu correspondant, cette équation présente une limite pour la distance de propagation d'une onde élastique au sein d'une étape de calcul, $\Delta x = \sqrt{E / \rho} \Delta t$, au rayon d'une particule sphérique ($\Delta x \leq r$).

Dans les schémas d'intégration implicite, la matrice de rigidité globale est assemblée et l'équilibre dynamique est demandé. Cela autorise des valeurs larges de Δt mais la partie de calcul sera beaucoup plus complexe. Dans l'analyse de déformation discontinue (DDA), pour garantir la non-singularité de la matrice en absence de contact entre les blocks, des termes artificiels peuvent être ajoutés (des ressorts de faible raideur) [48].

1.2.5. L'intégration de mouvement

Chaque particule accumule des forces généralisées (forces et couples) à partir des contacts auxquels elle est soumise. Ces forces généralisées sont ensuite utilisées pour intégrer les équations de mouvement pour chaque particule séparément.

La méthode d'intégration utilisée est celle de « leapfrog » (qui est une dérivée de la méthode d'intégration de Verlet). Cette méthode consiste à mettre à jours la position et la vitesse à des points de temps intercalés. Le nom « leapfrog » vient du fait que la détermination de la position $X(t)$ à des pas de temps de type entier, permettra la détermination de la vitesse à des pas de temps de type

entier additionné par un demi pas de temps $((n + \frac{1}{2}) \times t)$. Puis cette vitesse qui a été identifiée permettra la détermination de la position à un pas de temps successif.

Il est à noter qu'une condition de stabilité devra être prise en considération dans Yade lors de l'application du schéma d'intégration « leapfrog ». En effet, cette méthode d'intégration est conditionnellement stable dans le cas où le pas de temps choisit est inférieur à un certain pas de temps critique $\Delta t < \Delta t_{cr}$, au-delà duquel l'intégration est instable. Généralement, Δt est pris comme une portion de Δt_{cr} .

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (3.13)$$

Avec ω_{\max} est la fréquence propre la plus élevée dans le système. Généralement, dans un système masse-ressort, la fréquence maximale se produit si les deux masses connecté m_i et m_j sont en mouvements opposés.

Rappelons-nous que nous utilisons $\gamma_{t-\Delta t}$, γ_t et $\gamma_{t+\Delta t}$ pour noter respectivement les valeurs de l'accélération aux instants $(t - dt)$, t et $(t + dt)$. Aussi $\gamma_{t-\Delta t/2}$, $\gamma_{t+\Delta t/2}$ sont respectivement les valeurs de l'accélération aux instants $(t - \frac{dt}{2})$ et $(t + \frac{dt}{2})$.

L'intégration du mouvement consiste à utiliser l'accélération courante γ_t de la particule pour obtenir sa nouvelle position $X_{t+\Delta t}$ à partir de son ancienne position X_t . En se basant sur la connaissance des forces appliquées sur la particule ainsi que sa propre masse, on détermine tout d'abord l'accélération γ_t .

$$\gamma_t = \frac{F}{m} \quad (3.14)$$

En utilisant la deuxième loi de différence finie avec un pas de temps Δt bien connu, on retrouve que:

$$\gamma_t \cong \frac{X_{t-\Delta t} - 2X_t + X_{t+\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (3.15)$$

La relation (3.15) peut s'écrire encore sous forme :

$$X_{t+\Delta t} = 2X_t - X_{t-\Delta t} + \gamma_t \Delta t^2 \quad (3.16)$$

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \Delta t \left(\frac{X_t - X_{t-\Delta t}}{\Delta t} + \gamma_t \Delta t \right) \quad (3.17)$$

$X_{t-\Delta t}$ étant la position de la particule à l'instant $(t - dt)$ mais non connu (uniquement X_t est connu). Cependant, on note que :

$$v_{t-\Delta t/2} \cong \frac{X_t - X_{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (3.18)$$

C'est-à-dire, à partir de la vitesse moyenne durant l'étape précédente, qui est connu, on pourra déterminer $X_{t-\Delta t}$ en fonction de cette vitesse moyenne. Egalement, on note que la vitesse moyenne durant l'étape courante peut être estimée à :

$$v_{t+\Delta t} = v_{t-\Delta t/2} + \gamma_t \times \Delta t \quad (3.19)$$

En appliquant la relation (3.17) et (3.18), on aura :

$$X_{t+\Delta t} = X_t + \Delta t(v_{t-\Delta t/2} + \gamma_t \Delta t) \quad (3.20)$$

En appliquant la relation (3.19) et (3.20), on aura :

$$X_{t+\Delta t} = X_t + v_{t+\Delta t/2} \Delta t \quad (3.21)$$

En conclusion, l'algorithme peut être déterminé en calculant en premier temps la valeur de la vitesse moyenne courante $v_{t+\Delta t/2}$. Par la suite, on aura besoin de stocker sa valeur pour l'étape suivante et enfin on déterminera la position $X_{t+\Delta t}$ associée au nouveau pas de temps.

1.3. Architecture de YADE

Yade établit une distinction claire de deux familles de classes pour assurer la flexibilité de la conception du logiciel : composante des données et composante des fonctions. La première composante consiste à stocker uniquement les données sans fournir les fonctionnalités tandis que la seconde définit les fonctions opérant sur les données.

1.3.1. Les composantes de données

Les simulations Yade sont représentées par des corps, leurs interactions et les forces résultantes généralisées. Chaque corps comprend les éléments suivants :

- **Forme** : représente la géométrie de particules telles que sphère, facette ou mur infini.
- **Matériau** : stocke les caractéristiques relatives au comportement mécanique tel que le module d'Young et la densité.
- **Etat** : contient l'état des variables, en particulier la position et l'orientation spatiale, les vitesses linéaires et angulaires, les accélérations linéaires et angulaires. Ces états sont mis à jour à chaque étape.
- **« Bound »** : « Bound » est utilisé pour la détection de contact approximative; mise à jour si nécessaire en suivant le mouvement des corps.

Concernant les interactions, elles existent toujours entre deux paires de corps; généralement, elles sont créées par le collisionneur basé sur la proximité spatiale. Elles peuvent cependant être créées explicitement et existent indépendamment de la distance. Chaque interaction possède deux composantes :

- Interaction géométriques : manipule la configuration géométrique de deux particules en collision ; il est mis à jour automatiquement quand les particules en question sont en mouvement et peuvent être interrogé pour divers caractéristiques géométriques, tel que la distance de pénétration ou la déformation de cisaillement.
- Interaction physique : qui représente des caractéristiques non géométriques de l'interaction; certains sont calculées à partir des matériaux des particules en contact à l'aide d'un algorithme de calcul de moyenne (comme la rigidité de contact associé au module de Young de particules).

Enfin, les forces généralisées (y compris la force appliquée à la particule, le couple et la force de déplacement et de rotation) sont stockées temporairement au cours d'une étape de calcul et remis à zéro après.

1.3.2. Les composantes des fonctions

Dans une simulation DEM typique, la séquence suivante est exécutée de façon répétitive :

- Réinitialiser les forces agissant sur les corps de l'étape précédente
- Détection de collision approximative
- Détection exacte des collisions des corps et mise à jour des interactions si nécessaire
- Résolution des interactions et application des forces sur les corps
- Application d'autres conditions externes (par exemple la gravité)
- Changement de la position des corps sur la base des forces par l'intégration des équations de mouvement.

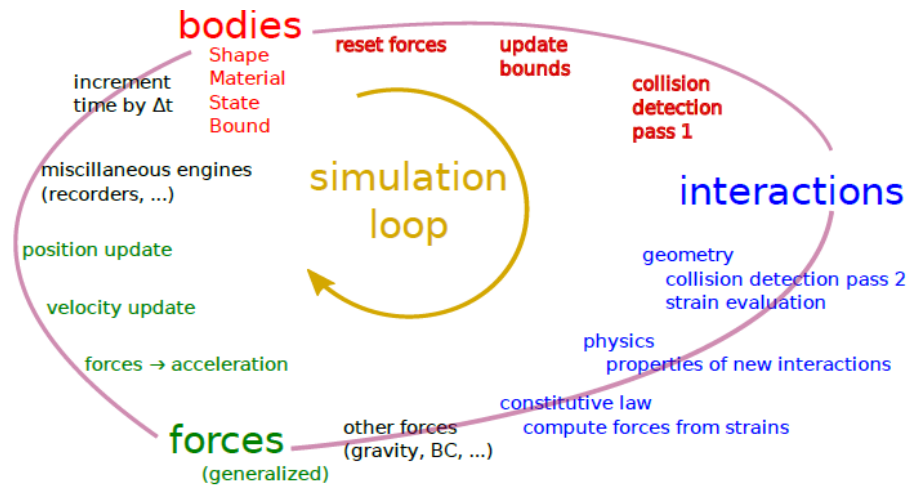


Figure III. 5: Boucle de simulation typique [49]

Chacune de ces actions est représentée par un moteur. La séquence des moteurs est appelée boucle de simulation. Une Boucle de simulation peut être décrite en python comme indiqué par la figure (III.6)

```
0.engines=[
    # reset forces
    ForceResetter(),
    # approximate collision detection, create interactions
    BoundDispatcher([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Facet_Aabb()]),
    InsertionSortCollider(),
    # handle interactions
    InteractionDispatchers(
        [Ig2_Sphere_Sphere_Dem3DofGeom(),Ig2_Facet_Sphere_Dem3DofGeom()],
        [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
        [Law2_Dem3Dof_Elastic_Elastic()],
    ),
    # apply other conditions
    GravityEngine(gravity=(0,0,-9.81)),
    # update positions using Newton's equations
    NewtonIntegrator()
]
```

Figure III. 6: Code YADE écrit par le langage Python [49]

Il existe trois types fondamentaux de moteurs:

- Des moteurs globaux (GlobalEngine) : Opérant sur l'ensemble de simulation (par exemple, le moteur GravityEngine s'applique sur tous les corps et applique la force en fonction de leur masse).
- Des moteurs partiels (PartialEngine): fonctionnent uniquement sur des corps présélectionnés (par exemple, ForceEngine applique une force constante à certains organismes)
- Dispatchers: Ces moteurs n'effectuent aucun calcul par eux-mêmes mais appellent simplement d'autres fonctions (représentée par des objets fonctionnels).

2. Description analytique

Les détails des mécanismes de dissipation impliqués dans un amortisseur par milieux granulaires peuvent être obtenus à partir de l'analyse de la trajectoire d'une seule particule inélastique équivalente qui vibre sur un plan oscillant. Une telle description, connue sous le nom de *Inelastic Bouncing Ball Model* (IBBM) [33,50,51], fournit les détails de la dynamique d'un milieu granulaire vibré dans un cadre très simplifié.

En s'inspirant de la description IBBM [33] on considère le cas d'un ensemble de particules non-cohésifs de masse totale m_g placée sur un plateau oscillant tel que $m_g < M$.

$$\left\{ \begin{array}{l} z(t) = z_1 \sin \omega_1 t \text{ Avec } \omega_1 = 2\pi f_1 \end{array} \right. \quad (3.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v(t) = z_1 \omega_1 \cos \omega_1 t = v_1 \cos \omega_1 t \end{array} \right. \quad (3.23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma(t) = -z_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t = -\gamma_1 \sin \omega_1 t \end{array} \right. \quad (3.24)$$

Comme l'accélération du plateau diminue quand il monte, les particules peuvent se détacher du plan si l'amplitude d'accélération dépasse la gravité (c.à.d. $\gamma_1 = \omega_1^2 z_1 > g$). En fait, l'instant de décollage t_d se produit quand $\gamma_d = \gamma(t_d) = -g$:

$$\gamma(t_d) = -\gamma_1 \sin \omega_1 t_d = -g \quad (3.25)$$

Ce qui nous permet de révéler l'instant de décollage

$$\omega_1 t_d = \arcsin(g / \gamma_1) \quad (3.26)$$

$$t_d = (1 / \omega_1) \arcsin(g / \gamma_1) \quad (3.27)$$

Dans ce cas, on peut déterminer les différents paramètres cinématiques de la particule à l'instant de décollage t_d . La position et la vitesse de la particule à l'instant de décollage sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_d = z(t_d) = z_1 g / \gamma_1 = g / \omega_1^2 \end{array} \right. \quad (3.28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_d = v(t_d) = v_1 \cos \omega_1 t_d = v_1 \left[1 - \sin^2(\omega_1 t_d) \right]^{1/2} = v_1 \left[1 - (g / \gamma_1)^2 \right]^{1/2} \end{array} \right. \quad (3.29)$$

A cet instant, les particules quittent le plan et suivent un vol parabolique. Leurs mouvements sont modélisés par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_f(t) = -gt^2 / 2 + v_d t + z_d \end{array} \right. \quad (3.30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_f(t) = -gt + v_d \end{array} \right. \quad (3.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_f(t) = -g \end{array} \right. \quad (3.32)$$

La position maximale que peut atteindre la particule correspond à $v_f(t_{z_{\max}}) = 0$. En développant l'équation (3.31), l'instant lié à cette position est alors :

$$t_f^{\max} = v_d / g \quad (3.33)$$

L'application des équations (3.30) et (3.33) permettent alors de déduire la position maximale que peut atteindre la particule :

$$z_f^m = z_f(t_f^{\max}) = v_d^2 / 2g + z_d \quad (3.34)$$

D'autre part, si on considère l'instant de collision t_c de la particule avec le plan, après une certaine durée de vol τ_f ($\tau_f = t_c - t_d$), et en appliquant les équations (3.30) et (3.22), on aura

$$-g\tau_f^2 / 2 + v_d\tau_f + z_d = z_1 \sin \omega_1(t_d + \tau_f) \quad (3.35)$$

La résolution numérique de cette équation (3.35) est donnée par la courbe suivante :

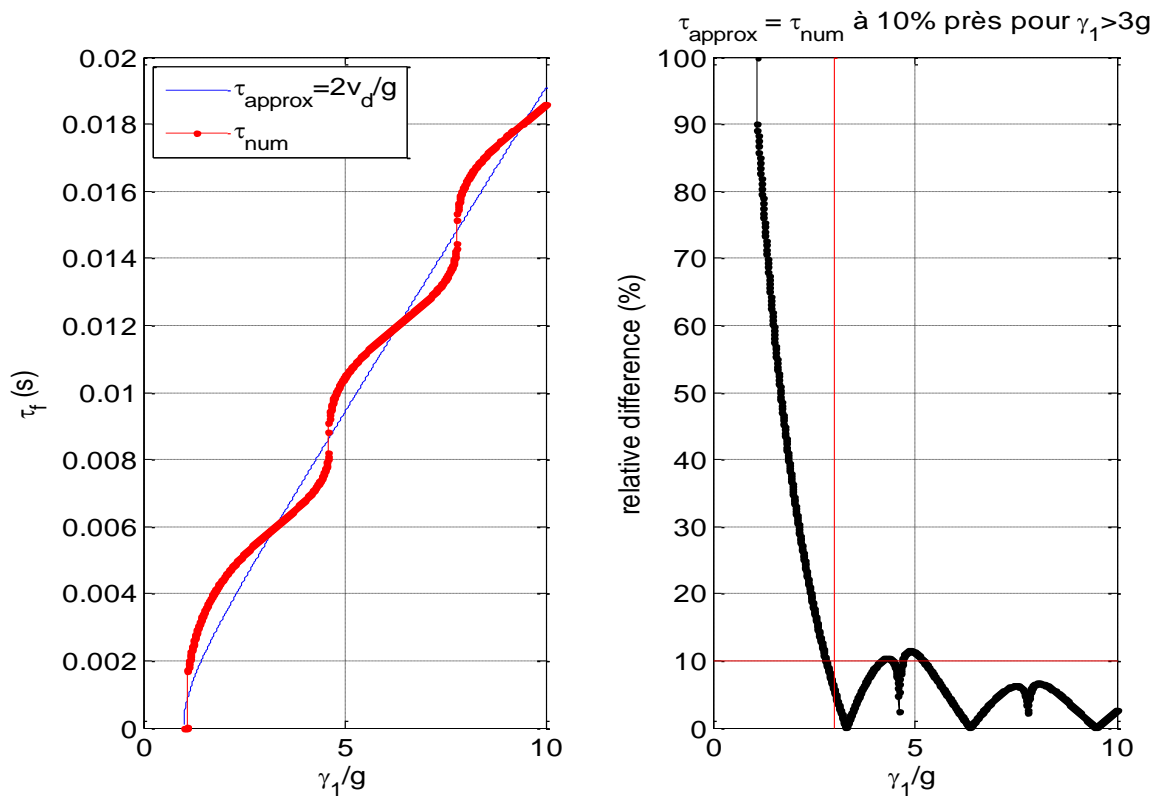


Figure III. 7: Estimation de la durée de vol numériquement

Une approximation a été effectuée pour déduire la durée de vol pour une particule. En effet, l'équation (3.33) donne l'instant pour lequel une particule donnée atteint sa position maximale. On estime que la particule prend le même temps pour chuter et revenir en contact avec le plan :

$$\tau_f = 2v_d / g \quad (3.36)$$

L'analyse de la figure (III.7) montre que, pour $\gamma_1 \geq 3g$, la relation (3.36) reste valide avec une marge de $\pm 10\%$. La courbe en noire met en évidence cet intervalle d'erreur entre la durée de vol numérique et celle retenu par l'approximation

$$\tau_f \cong 2v_d/g \pm 10\% \quad (3.37)$$

En outre, la particule arrive au plan après une durée de vol τ_f avec une vitesse $v_c = v_f(\tau_f)$.

L'application de l'équation (3.31) avec l'approximation (3.37) donnera :

$$v_c = v_f(\tau_f) = -g\tau_f + v_d \cong -g\left(\frac{2v_d}{g}\right) + v_d \quad (3.38)$$

Finalement, pour les fortes amplitudes d'excitation ($\gamma_1 \geq 3g$), on peut assimiler :

$$v_c = -v_d \quad (3.39)$$

En appliquant la relation (3.29) et (3.39), à grandes valeurs d'accélération du plan ($\gamma_1 \geq 3g$), on a :

$$v_c = -v_1 \quad (3.40)$$

La vitesse relative v_r entre les particules et le plan à l'instant d'impact t_c est donnée par :

$$v_r = v_c - v(t_c) \quad (3.41)$$

Pour $\gamma_1 \geq 3g$, la relation (3.41) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} v_r &\cong -v_1 - v_1 \cos(\omega_1(t_d + \tau_f)) \\ v_r &\cong -v_1[1 + \cos(\omega_1(t_d + \tau_f))] \end{aligned} \quad (3.42)$$

Etant donné que les grains ne sont pas cohésifs, l'impact de la plaque provoque le transfert de l'énergie cinétique des particules en mouvement brownien [52] à travers le phénomène d'équipartition d'énergie [53,54] et parmi tous les degrés de liberté et sur toute la gamme de fréquence. Considérons le cas d'une collision parfaitement inélastique, durant laquelle l'énergie dissipée par cycle est donné par :

$$E_d = (T_1 / \tau_f) m_r v_r^2 / 2 \quad (3.43)$$

Avec m_r représente la masse réduite du modèle et égale à $(m_g^{-1} + M^{-1})^{-1}$. Dans le cas où $m_g \ll M$, la masse réduite du système est alors égale à la masse des grains m_g . Le facteur T_1/τ_f traduit le

terme l'énergie dissipée par collision en énergie dissipée par cycle et qui peut être exprimé pour

$\gamma_1 \geq 3g$ par :

$$\frac{T_1}{\tau_f} \cong \left(\frac{2\pi g}{\omega_1 2v_d} \right) \cong \pi \left(\frac{g}{\omega_1 v_d} \right) \quad (3.44)$$

$$\frac{T_1}{\tau_f} \cong \pi \left(\frac{g}{\omega_1 v_1} \right) \cong \pi g / \gamma_1$$

D'autre part, l'énergie cinétique du contenant est donné par :

$$E_k = M v_1^2 / 2 \quad (3.45)$$

Les relations (3.43), (3.44) et (3.45) permettent d'écrire la relation du facteur de perte :

$$\eta_1 = E_d / 2\pi E_k = (m_g / M) \eta_*^1 \quad (3.46)$$

Le facteur de perte réduit est alors :

$$\begin{aligned} \eta_*^1 &= (E_d / m_g) / (2\pi E_k / M) \\ &= ((T_1 / \tau_f) v_r^2 / 2) / (2\pi v_1^2 / 2) \\ &= 1 / 2\pi (T_1 / \tau_f) \cdot (v_r / v_1)^2 \end{aligned} \quad (3.47)$$

En appliquant les relations (3.43), (3.44) et (3.47) on aura:

$$\eta_*^1 \cong \left(\frac{g}{2\gamma_1} \right) \times \left\{ 1 + \cos \omega_1 (t_d + \tau_f) \right\}^2 \quad (3.48)$$

Pour $\gamma_1 \geq 3g$, les relations (3.29) et (3.36) donnent :

$$\tau_f = 2v_d / g = 2v_1 / g = 2\gamma_1 / \omega_1 g \quad (3.49)$$

Rappelons que la relation (3.26) permet d'écrire $\omega_1 t_d = \arcsin(g / \gamma_1)$. En appliquant les relations (3.26) et (3.49) à l'équation (3.48), le facteur de perte réduit s'écrit alors pour $\gamma_1 \geq 3g$:

$$\eta_*^1 \cong \left(\frac{g}{2\gamma_1} \right) \times \left\{ 1 + \cos \left[\arcsin \left(\frac{g}{\gamma_1} \right) + \left(\frac{2\gamma_1}{g} \right) \right] \right\}^2 \quad (3.50)$$

Tandis que pour $\gamma_1 \leq g$, $\eta_*^1 = 0$ vu que les particules ne sont pas en mouvement. Cette analyse permettra enfin de tracer l'allure du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération du plan normalisé par la pesanteur :

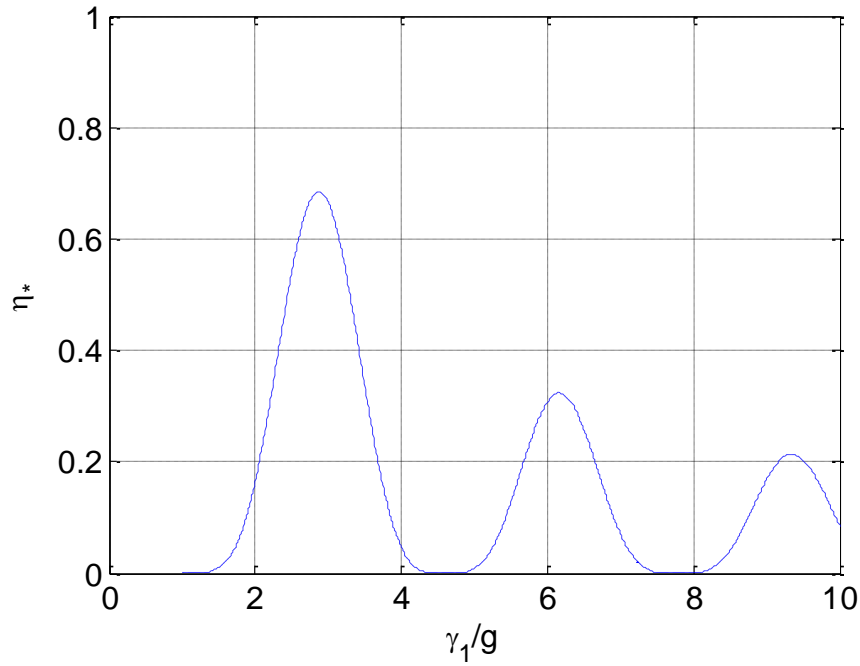


Figure III. 8: Ru facteur de perte réduit estimé analytiquement en fonction de l'accélération

L'ensemble discret des amplitudes d'entraînements ($\frac{\gamma_m}{g} \cong 4.6, 7.8, 10.6$), au cours desquelles le facteur de perte tend vers zéro, correspond au cas où la vitesse de collision est égale à la vitesse de la plaqueprésentation due ($v_r=0$). Dans le cas d'un grand ensemble de particules, les interactions multiples et retardées avec la plaque devraient synchroniser la dynamique du système et empêcher l'apparition des zéro atténuations. Le facteur de perte réduit est alors exprimé par cette nouvelle expression :

$$\eta_*^1 \cong \max \left\{ \left(\frac{g}{2\gamma_1} \right) \times \left\{ 1 + \cos \left[\arcsin \left(\frac{g}{\gamma_1} \right) + \left(\frac{2\gamma_1}{g} \right) \right] \right\}^2 \right\} \quad (3.51)$$

$$\eta_*^1 \cong 2g/\gamma_1$$

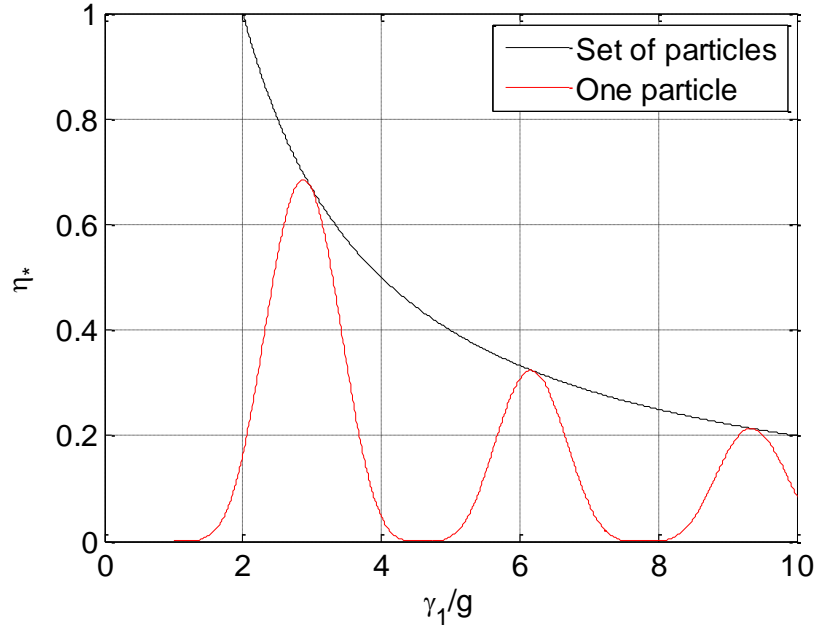


Figure III. 9: Représentation du facteur de perte pour le cas d'une colonne de sphères en fonction de l'accélération

Conformément à ce qui a été établi dans l'équation de l'estimation du facteur de perte réduit, on note que le facteur de perte réduit est efficace pour les fortes accélérations $\gamma_1 \geq 3g$ et qu'il est indépendant de la fréquence d'excitation, contrairement à ce qui a été obtenu expérimentalement.

Lorsque l'amortisseur est mis en vibration, les collisions intermittentes engendrent un transfert de quantité de mouvement entre l'enceinte et les grains. Un autre élément intéressant repose donc sur l'estimation de la masse dynamique à la fréquence du fondamentale:

$$M_{eff} = M(\omega_1) = \frac{F_1}{\gamma_1} = m_c + m_{dyn} \quad (3.52)$$

Où m_c est la masse de l'enceinte et m_{dyn} est la masse dynamique des grains ressenti par le boîtier à la fréquence d'excitation.

En considérant que les collisions instantanées sont parfaitement inélastiques, la vitesse relative du milieux granulaires avec la plaque, $v_r(t)$, change immédiatement de $v_r(t_c - 0) = v_r$ à $v_r(t_c + 0) = 0$ au temps de collision t_c . La force de collision avec le conteneur peut donc être approximée par

$$F(t) \sim m_g v_r \delta(t - t_c) \quad (3.53)$$

Où $\delta(t)$ est la fonction de Dirac.

Rappelons que :

$$F_1 e^{i\phi_1^F} = 1/nT_1 \int_0^{nT_1} F(t) e^{-i\omega_1 t} dt \quad (3.54)$$

Où l'amplitude F_1 et la phase ϕ_1^F correspondent à la composante fondamentale de la série de Fourier à ω_1 .

L'estimation de l'équation (3.54) pendant toute la durée d'un rebond, $nT_1 \sim \tau_f$ donne :

$$F_1 e^{i\phi_1^F} \sim m_g v_r \exp(-i\omega_1 t_c) / \tau_f \quad (3.55)$$

L'application de l'équation (3.55) avec l'équation (3.52) donne :

$$m_{dyn} = m_g \text{ pour } \gamma_1 < g \quad (3.56)$$

$$m_{dyn} \sim \frac{m_g}{\omega_1 \tau_f} \propto m_g \times \left(\frac{g}{\gamma_1}\right) \text{ pour } \gamma_1 > g$$

Conformément à nos expériences (voir paragraphe « II.2.4.3.5. Effet de l'amplitude d'excitation sur l'évolution de la masse apparente »), les équations mentionnées plus haut prédisent la décroissance de m_{dyn} avec γ_1 . L'écart entre le modèle donné par l'équation (3.56), $\frac{m_{dyn}}{m_g} \sim \left(\frac{g}{\gamma_1}\right)$, et les observations expérimentales montrés dans la figure (II.32), $\frac{m_{dyn}}{m_g} \sim \left(\frac{g}{\gamma_1}\right)^2$, n'est cependant pas clair. Il est toutefois probable que les interactions de frottement des particules avec les côtés latéraux du contenant contribuent à un transfert de quantité de mouvement plus global. En effet, nous obtenons en revanche un bon accord entre le modèle de l'équation (3.56) et les résultats de simulation numérique, où aucun contact avec les parois de l'enceinte n'est considéré.

De point de vue non linéaire, il convient de mentionner que le rapport entre la durée de vol des particules et la période fournit également une condition pour la génération des sous-harmoniques dans la réponse spectrale. Quand la durée de vol τ_f est comprise dans l'intervalle $(n-1)T_1 < \tau_f < nT_1$, où n un entier, les collisions se produisent toutes les n périodes et génèrent des sous-harmoniques aux fréquences f_1/n dans la réponse spectrale. En retenant l'hypothèse que $\tau_f \cong 2v_1/g$, le sous-harmonique n se produit quand $(n-1)\pi < \gamma_1/g < n\pi$.

Pour un modèle plus réaliste, on peut ajouter la dépendance du facteur du perte réduit par la fréquence au modèle élaboré en tenant compte du phénomène de drainage de l'air au sein des pores du milieu granulaire. En suivant la loi de Darcy [55], la distribution de la pression p est donné par :

$$\nabla p = -(\mu_a / k_g) v_d \quad (3.57)$$

Avec $v_d = -v_f(t)$ est la vitesse de Darcy, $\mu_a = 1.82 \cdot 10^{-5}$ [Pa.s] est la viscosité de l'air et k_g est la perméabilité de l'empilement aléatoire des sphères [56,57].

La dissipation d'énergie additionnels par cycle est exprimé par :

$$\delta E_d = (T_1 / \tau_f) \int_0^{\tau_f} (F_d v_f / \varphi_g) dt \quad (3.58)$$

où $F_d(t) \simeq -(\mu_a / k_g)(\varphi_g V_g a_\infty) v_f(t)$. $F_d(t)$ représente la force agissant sur le milieu granulaire durant le vol gravitaire, $\varphi_g = 1 - \phi_g$ est la porosité du milieu granulaire, a_∞ est un paramètre qui tient compte de la longueur effective du chemin de fluide autour des particules et $v_f \simeq -gt + v_1$.

La contribution de la friction de l'air sur les particules est exprimé par :

$$\delta \eta = \delta E_d / \pi M v_1^2 \quad (3.59)$$

L'application des relations (3.58) et (3.59) permettent d'écrire la nouvelle expression du facteur de perte en tenant compte de la fréquence :

$$\eta_1 \cong (m_g / M) \eta_*^1 + 1 / (\omega_1 \tau_d) \quad (3.60)$$

Avec $\tau_d \simeq (3k_g M) / (2\mu_a V_g a_\infty)$ le temps de relaxation, tel que la perméabilité k_g dépend uniquement des caractéristiques d'arrangement des sphères. Pour un arrangement aléatoire de sphères, la perméabilité $k_g = \Lambda^2 / 4F$, $\Lambda = \Lambda' / 3$ est la longueur caractéristique visqueuse, $\Lambda' = (2/3)R_s \varphi_g / (1 - \varphi_g)$ est la longueur caractéristique thermique. F est un facteur de formation qui est égale à $F \cong 3.4$. Les équations (3.51) et (3.24) donnent respectivement $\eta_*(7g) = 0.28$ et $\tau_d \cong 1.8s$ qui sont proches des valeurs expérimentaux $\eta_*(7g) = 0.24$ et $\tau_d \cong 0.3$ pour le cas d'acier, $\eta_*(7g) = 0.20$ et $\tau_d \cong 0.4$ pour les particules en verre.

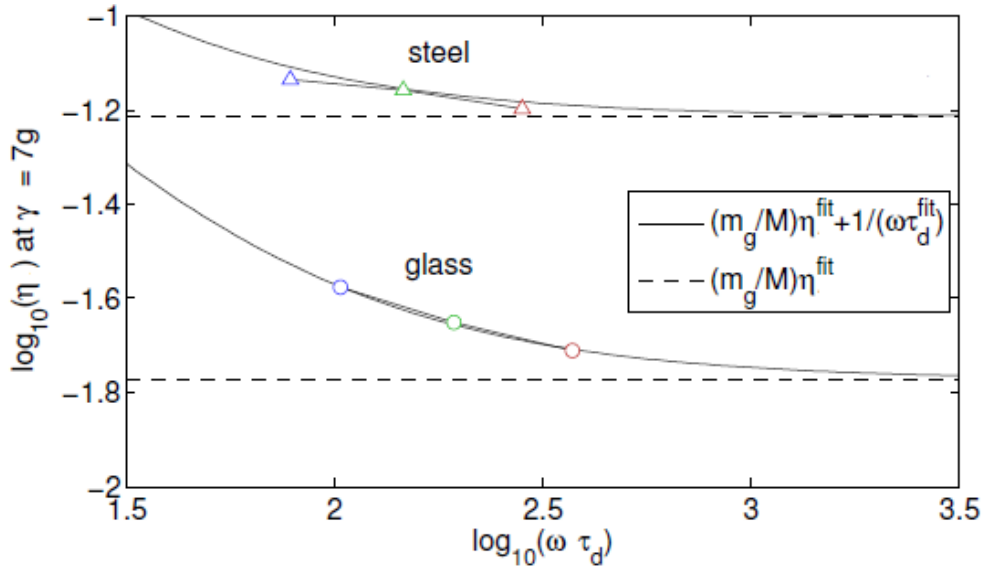


Figure III. 10: Représentation du facteur de perte (traits continus) estimé analytiquement par l'équation (3.60), obtenu expérimentalement pour chacun des grains de verre et d'acier (cercle et triangle, respectivement), pour un volume de grain = 18:5 ml et une amplitude d'excitation égale à 7g, pour 46 Hz (bleu), pour 86 Hz (vert) et 166 Hz (rouge). Les données sont issues des résultats montrés dans la figure (II.33).

Malgré que l'ordre de grandeur des résultats est correct, le modèle poro-granulaire [56,57] sous-estime quantitativement la dissipation. La différence existante entre les résultats expérimentaux et analytiques peut être expliquée par les larges déformations produite dans le milieu granulaire, la fréquence utilisée et le régime d'écoulement des grains : Le modèle suppose des pores rigides et un flux de diffusion quasi-statique à faible nombre de Reynolds. Dans notre cas, le nombre de Reynolds est estimé à $R_e = \rho_a v_1 R_s / \mu_{air} \sim 10$ qui indique un régime d'écoulement intermédiaire. La fréquence d'excitation utilisée, qui est relativement élevée $\omega_1 \tau_f \gg 1$, nécessite une meilleure approximation qui tient compte de l'inertie de l'air et la propagation d'onde au sein des pores entourant les grains.

3. Simulation numérique

3.1. Algorithme de calcul

L'application du processus de fonctionnement de la méthode des éléments discrets présenté dans la partie précédente permettra de calculer l'énergie dissipée par le système pour chaque pas de temps. L'idée est d'estimer la valeur du facteur de perte pour chaque simulation en fonction de la vitesse du plan.

La détermination numérique du facteur de perte réduit est donnée par l'équation suivante :

$$\eta_* = \frac{E_{d,m}}{2 \times \pi \times E_{c,m}} \quad (3.61)$$

Avec E_{c_m} l'énergie maximale stockée dans le système qui correspond à l'énergie cinétique de la plaque. Cette énergie est donnée par l'expression suivante :

$$E_c = \frac{1}{2 \times v_{max}^2} = \frac{1}{2 \times (\frac{\gamma_{max}}{\omega})^2} \quad (3.62)$$

E_{d_m} Représente l'énergie dissipée moyenne par cycle normalisée par la masse totale des particules.

La simulation numérique est effectuée avec deux logiciels ; Yade et Matlab. Avec Yade, on a pu déterminer les valeurs $E_d(t)$ présentées sous forme des fichiers qui décrivent le couple $(t, E_d(t))$ et ceci pour différentes accélérations de plan (de 0.1g à 9.9 g). Entre autre, Yade nous fournis l'énergie dissipée depuis le début de la simulation qui est estimée par l'équation suivant :

$$E_d(t) = \int_0^t \sum_{i=1}^N P(t) dt = \int_0^t \sum_{i=1}^N F_D(t) v(t) dt \quad (3.63)$$

Où N représente le nombre d'interactions qui existent pour chaque pas de temps, $F_D(t)$ est la force dissipative du contact et $v(t)$ est la vitesse relative du contact.

Une fois les entrées sont présentes (fichiers portant les valeurs des $E_d(t)$), on les traite par Matlab pour calculer E_{d_m} . Pour cette fin, on ignore la phase transitoire et on s'intéresse uniquement à un intervalle de période $[n \times T, m \times T]$. L'énergie dissipée par cycle est alors exprimée par l'équation suivante :

$$E_d = \frac{E(m \times T) - E(n \times T)}{m - n} \quad (3.64)$$

Avec $E(m \times T)$ et $E(n \times T)$ représentent respectivement l'énergie dissipée durant $(m \times T)$ période et $(n \times T)$ période.

Finalement, E_{d_m} est alors exprimée par :

$$E_{d_m} = \frac{E_d}{m_{sphere}} = \frac{E(m \times T) - E(n \times T)}{(m - n) \times m_{sphere}} \quad (3.65)$$

3.2. Réalisation du premier modèle numérique

3.2.1. Protocole de la simulation

Le concept général du protocole numérique consiste à modéliser le protocole expérimental réalisé. Pour cela on a commencé par un modèle numérique minimal capable de produire un comportement similaire à celui qui a été obtenu expérimentalement. Ce modèle se présente par la simulation numérique d'une particule initialement en contact avec un plan qui oscille harmoniquement avec une fréquence de 166 Hz, avec différentes amplitudes d'excitation variant de 0.1 g (gravité de pesanteur) jusqu'au 9.9 g avec un pas de 0.1 g.

Les caractéristiques principales de la particule sont :

- Rayon = 0.01 m
- Masse volumique = 7780 kg/m³
- Le module d'Young = 210.0e9 Pa
- Coefficient de Poisson = 0.3
- Le coefficient de restitution = 0.001

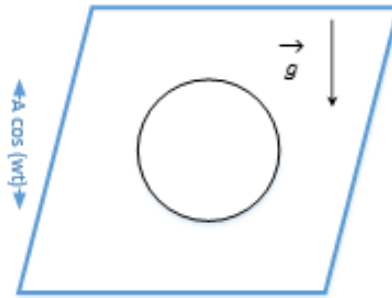


Figure III. 11: Modélisation du premier protocole numérique

Comme décrit dans la section précédente, dans le modèle numérique le facteur de perte réduit est déterminé par l'équation (3.61) , $\eta_* = \frac{E_{d,m}}{2 \times \pi \times E_c}$, où le numérateur présente l'énergie dissipée du système par un cycle normalisée par la masse de particule. Le dénominateur présente l'énergie stockée dans le système, qui correspond ici à l'énergie cinétique du plan normalisée par sa masse.

3.2.2. Interprétations numériques

Sur la base du protocole décrit auparavant, l'énergie dissipée ainsi que l'énergie cinétique du système ont été calculées pour des différentes accélérations de plan. Dans un premier temps, on examinera l'évolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée par la gravité de pesanteur.

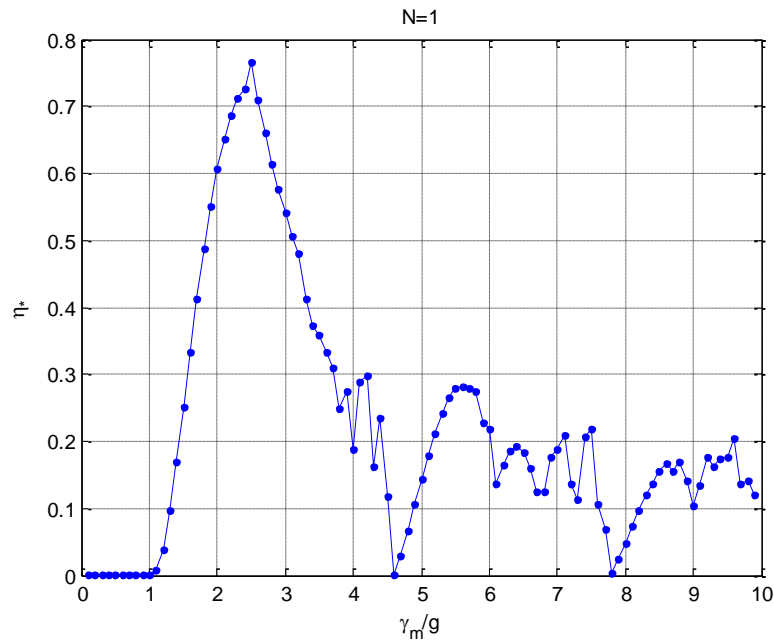


Figure III. 12: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée par la gravité de pesantueur

L'analyse de la courbe montre la présence de trois phases : une première phase où η_* est nulle pour des faibles amplitudes d'excitation ; pour des accélérations de plan inférieures à 1g (accélération de pesantueur). Dans cette phase, le modèle ne présente pas de dissipation. Ce résultat est attendu car la particule est pratiquement en repos et n'effectue pas de mouvement. Au-delà de 1g, on se situe dans la 2^{ème} phase où le facteur de perte réduit commence à augmenter jusqu'à atteindre un maximum à l'alentour de 2.5g. L'augmentation du facteur de perte est liée à la présence d'un phénomène dissipatif dans le système dont l'origine est le mouvement de la particule qui est devenu plus visible avec la croissance de l'accélération du plan. Le maximum d'atténuation obtenu est lié au maximum de dissipation produite dans le système et qui est gouvernée par la différence entre les vitesses à l'instant d'impact (vitesse du plan et la vitesse de la particule). Cette différence de vitesse est maximale pour le cas d'une accélération égale à 2.5g (Voir figure III.12). Par contre, pour une accélération égale à 4.6 g, on trouve une atténuation nulle. Ceci est expliqué aussi par le fait que les vitesses de la particule et celle du plan au moment de la collision sont égaux ce qui explique la non présence de phénomènes dissipatifs.

La projection de la courbe η_* issue expérimentalement sur celle obtenue numériquement montre que les deux courbes présentent la même allure ; une évolution quasiment similaire avec un maxima. Toutefois, le modèle expérimentale ne présentait pas de creux (ou atténuation nulle) contrairement au modèle numérique ($\eta_* = 0$ à une amplitude d'accélération du plan égale à 4.6 g). Ce comportement sera expliqué avec le deuxième modèle numérique.

Pour bien fonder les explications présentées, une étude des paramètres cinématiques de la simulation sera aussi menée. Il est à noter que cette analyse est réalisée pour différentes amplitude d'accélération du plan (1.25g, 2.5g, 4.6g et 6g).

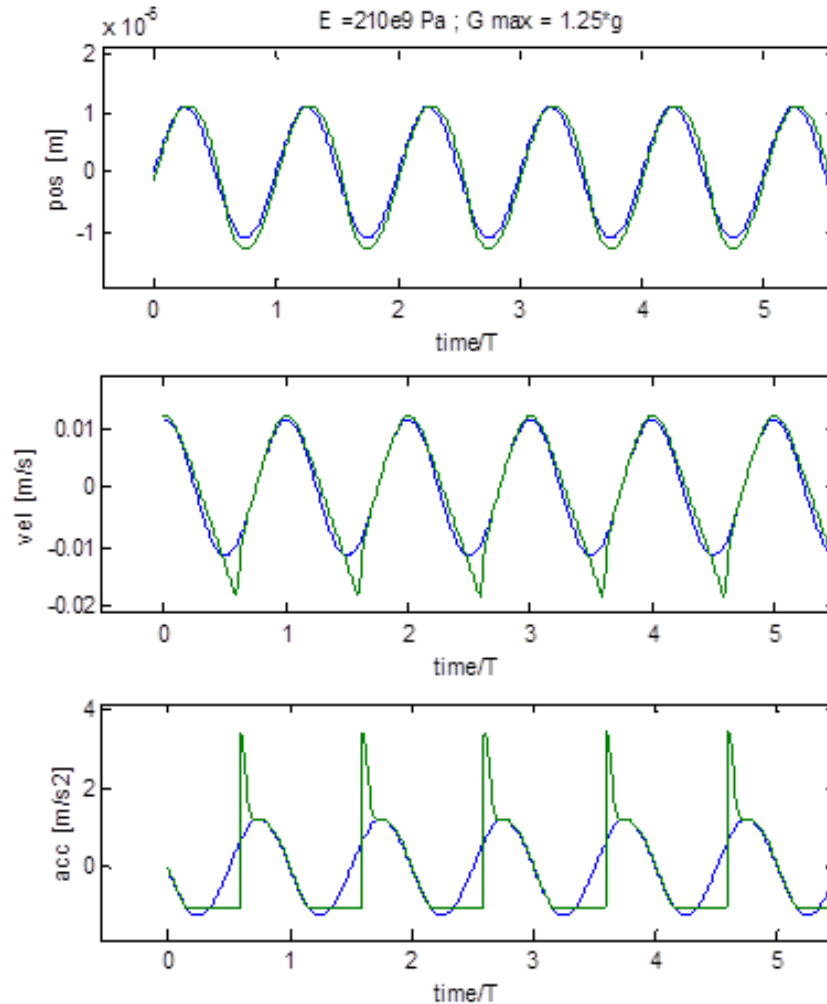


Figure III. 13: Présentation des différents paramètres cinématiques du système relativement à une amplitude d'accélération égale à 1.25 g (vert : particule ; bleu : plan)

Cette figure expose les différents paramètres cinématiques obtenus à une amplitude d'excitation équivalente à 1.25g ; on note que la particule reste en contact avec le plan tant que l'amplitude d'accélération est inférieure à 1g et dès que $\gamma > g$ la particule quitte le plan et commence à voler durant un temps τ , puis rentre en collision avec le plan et se met en contact de nouveau avec lui jusqu'à que l'accélération dépasse de nouveau g. La collision Particule-Paroi s'accompagnera alors d'une perte d'énergie.

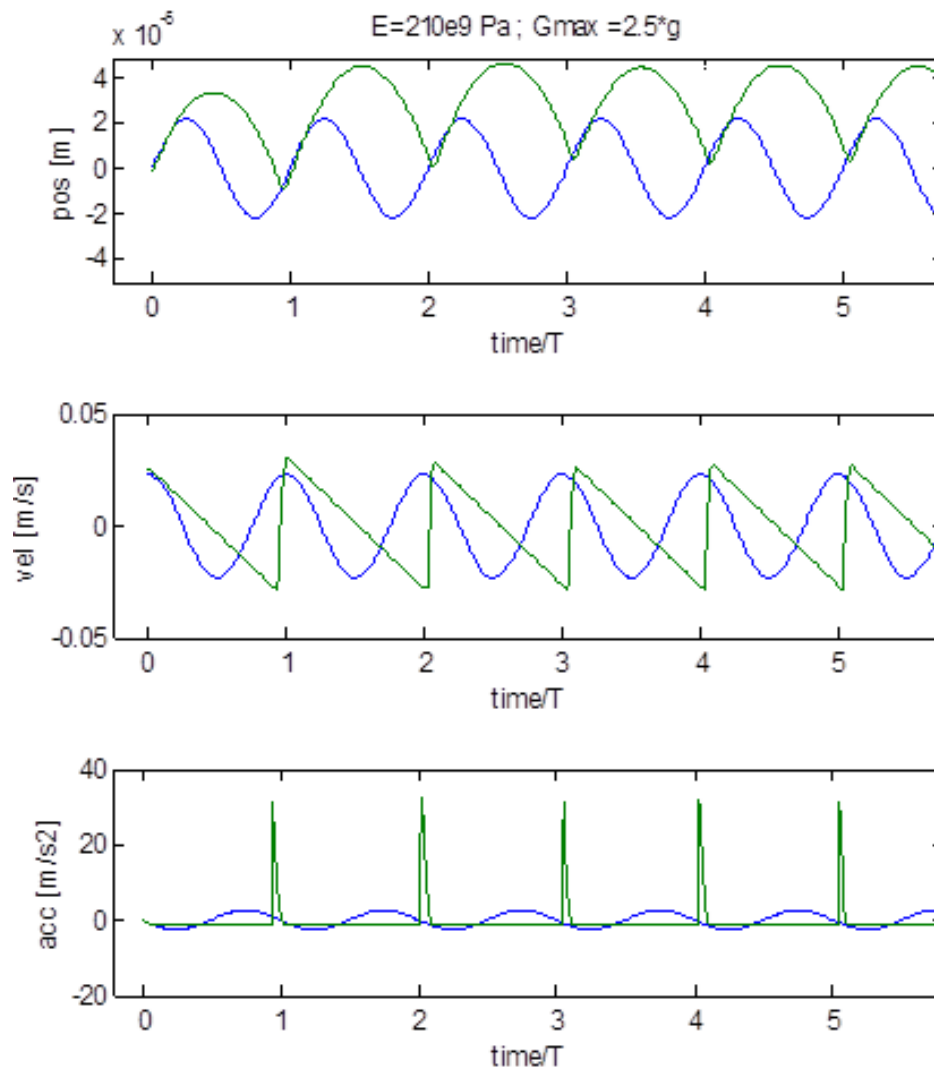


Figure III. 14: Présentation des différents paramètres cinématique du système relativement à une amplitude d'accélération égale à 2.5 g (vert : particule ; bleu : plan)

De la même manière, on expose dans cette figure les différents paramètres cinématiques obtenus à une amplitude d'excitation équivalente à 2.5g. Les mêmes commentaires déjà mentionnés pour l'étude cinématique à une accélération de plan égale 1.25g restent valides. La particularité qu'il faut mentionner pour ce cas de figure est que le plan et la particule arrivent avec des vitesses élevées mais en sens opposé à l'instant de l'impact. En d'autre terme, la différence entre les vitesses est maximale exactement à cette amplitude d'excitation ce qui explique le fait d'avoir un maximum d'atténuation.

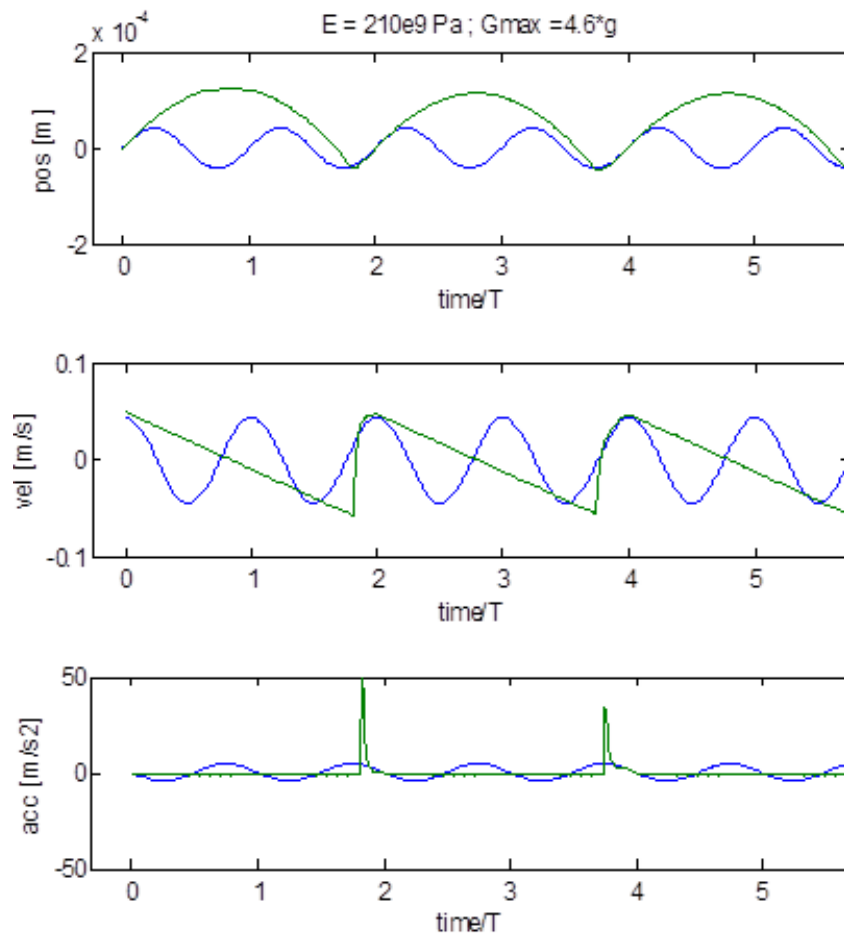


Figure III. 15: Présentation des différents paramètres cinématiques du système associé à une amplitude d'accélération égale à 4.6g (vert : particule ; bleu : plan)

Comme indiqué, on s'intéressera dans un troisième temps aux différents paramètres cinématiques obtenus à une amplitude d'excitation équivalente à 4.6g pour justifier le comportement de zéro facteur de perte du système. Ceci est en effet lié au fait que le plan et la particule arrive à l'instant de l'impact avec les mêmes valeurs de vitesse, c'est-à-dire la différence entre les vitesses est nulle, chose qui induit une dissipation nulle. On voit aussi, que le nombre d'impact durant un nombre de cycle est abaissé comparé avec les deux cas précédents. Ceci est expliqué par la durée de vol τ de la particule qui est devenue plus importante du fait que la vitesse de décollage à cette amplitude d'accélération est plus importante.

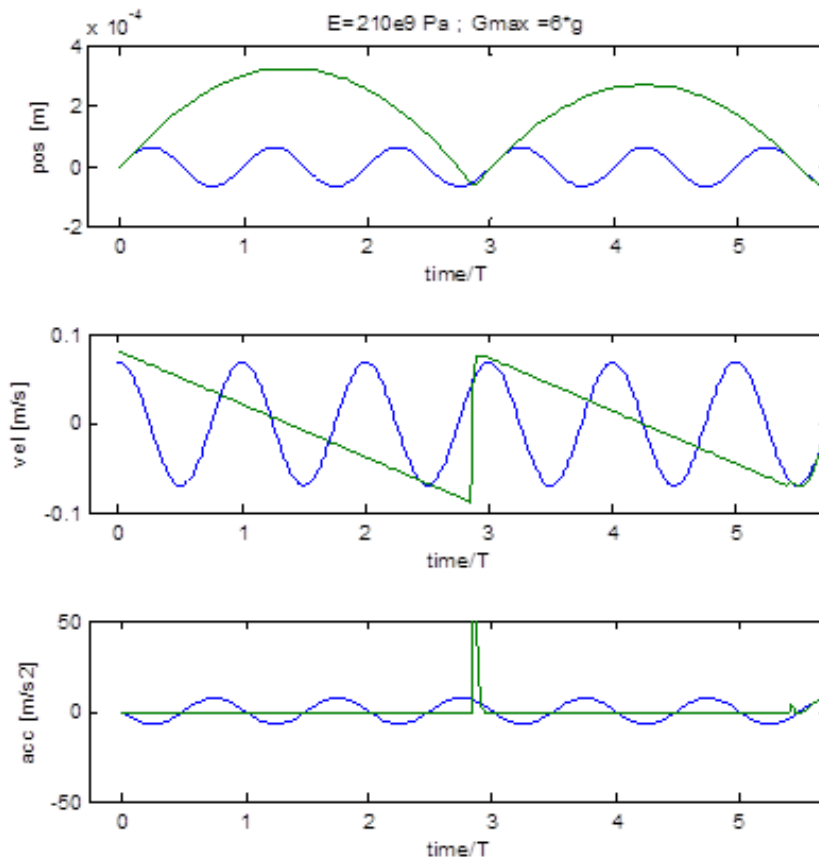


Figure III. 16: Présentation des différents paramètres cinématiques du système associé à une amplitude d'accélération égale à 6g (vert : particule ; bleu : plan)

De même, la figure (III.16) reporte les paramètres cinématiques obtenus à une amplitude d'excitation équivalente à 6g où le système présente une atténuation faible. Ceci est lié principalement au fait que le plan et la particule arrivent à l'instant de collision avec des valeurs de vitesses légèrement différentes ce qui va introduire un écart faible entre les deux et ainsi une dissipation faible. Il est à noter que la durée de vol de la particule est devenue plus importante ce qui engendre une diminution significative du nombre d'impact durant les n cycles.

3.2.3. Récapitulatif

Un modèle numérique minimal composé d'un plan oscillant sur le quel est placé une particule inélastique a été développé. Ce modèle est capable de reporter la dynamique de l'amortissement par milieux granulaires et de fournir un comportement similaire à celui qui a été trouvé expérimentalement. Malgré sa simplicité, le modèle capture la physique essentielle produite dans le système. Le résultat issu numériquement montre que le maximum d'atténuation atteint est principalement géré en premier lieu par la différence de vitesse entre plan et particule à l'instant de collision. De la même manière, la diminution progressive du facteur de perte réduit est principalement gérée par la variation de l'écart entre les vitesses et de la durée de vol de la particule par rapport à la période d'oscillation.

3.3. Réalisation du deuxième modèle numérique

3.3.1. Protocole de la simulation

Le deuxième modèle numérique représente une extension du premier modèle réalisé dont le but est de se rapprocher beaucoup plus des résultats expérimentaux achevés. Le modèle est le suivant : Une colonne de sphères verticale, composée de N particules, est mise en contact initial avec un plan oscillant qui vibre harmoniquement avec différentes amplitudes d'excitation variant de $0.1g$ jusqu'à $9.9g$ à une fréquence bien donnée (égale à 166Hz). Ce modèle nous permet de dégager plusieurs caractéristiques supplémentaires telles l'effet du nombre de particule sur l'effet dissipatif du système et aussi la non-présence d'un zéro de facteur de perte (contrairement au premier modèle numérique). Aussi une étude paramétrique sera menée afin d'améliorer la compréhension de la dynamique du système et ainsi de révéler les différents phénomènes physique mis en jeu dans le modèle. Ceci servira d'atout pour mieux interpréter les résultats trouvés numériquement et confirmer les observations expérimentales obtenues. Les détails de la simulation pour une colonne de sphères sont les suivants :

- Nombre de particule = 12
- Rayon = 0.005 m
- Masse volumique = 7780 kg/m^3
- Le module d'Young = $210.0\text{e}^9\text{ Pa}$
- Coefficient de Poisson = 0.3
- Le coefficient de restitution = 0.001

Une schématisation du modèle numérique est présentée dans la figure ci-dessous.

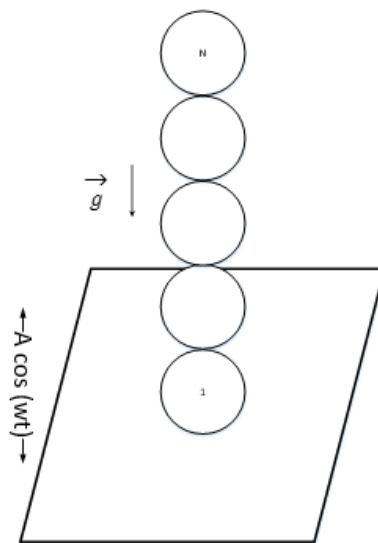


Figure III. 17: Simulation d'une colonne de particules sur un plan oscillant à 166 Hz

3.3.2. Interprétation Numérique

Sur la base du protocole décrit auparavant, l'énergie dissipée ainsi que l'énergie cinétique du système ont été calculées pour des différentes accélérations de plan. La figure (III.18) représente l'évolution du facteur de perte réduit par rapport à l'accélération du plan normalisée par la gravité.

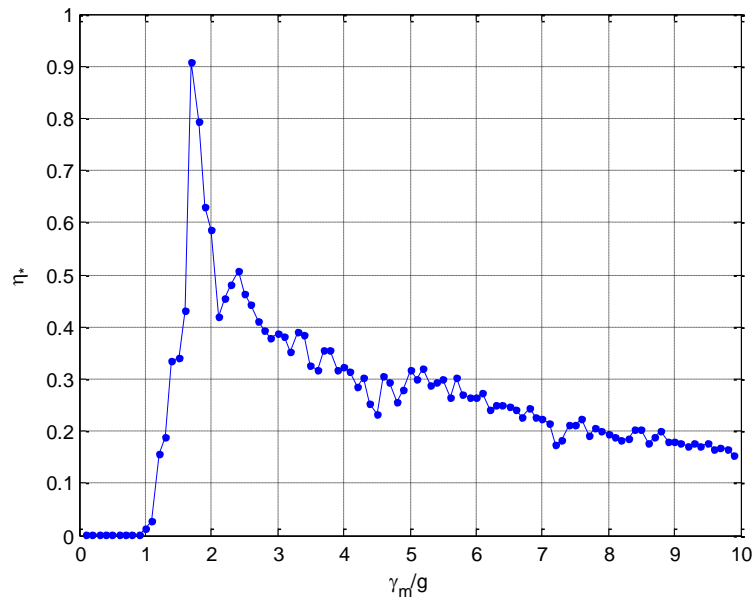


Figure III. 18: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération adimensionnée

L'analyse de ces données montre que la courbe obtenue présente une allure similaire à celle trouvée précédemment (simulation d'une seule particule inélastique). Le changement notable est la disparition du creux (atténuation nulle à l'entour de 4.6g trouvée dans la simulation d'une seule particule). Ceci peut être expliqué par l'augmentation du temps de contact entre le plan et la colonne de sphères comparé par le temps de contact entre plan et une seule particule. Le temps de contact est en fait le temps que fait une onde (onde de compression et onde de dilatation) pour traverser deux fois la longueur de la colonne de sphères [21]. En fait, l'augmentation du temps de contact entraîne l'augmentation de l'énergie dissipée, ce qui explique la différence entre les valeurs de η_* obtenue pour le premier et le deuxième modèle numérique. Il est à noter que ce modèle présente aussi un comportement par régimes de η_* ; un comportement exactement similaire à celui du premier modèle pour des faibles amplitudes d'excitations qui sont inférieures à 1g où l'atténuation est nulle et qui est liée à l'immobilité des particules. Au-delà de 1g, l'atténuation commence à augmenter jusqu'à atteindre un maximum à l'entour de 1.8g où l'écart entre les vitesses de chacun du plan et de colonne de particule atteint son niveau maximal. Par la suite, η_* commence à diminuer progressivement et proportionnellement au rapport entre la période d'oscillation et la durée de vol de particule. Cette allure montre un bon accord avec les résultats

expérimentaux et numérique et ainsi les analyses qui suivront seront plus pertinentes vu qu'on se rapproche encore des conditions de l'expérience.

Afin d'approfondir la compréhension de ce modèle numérique, une étude paramétrique est menée ; l'idée est de faire varier à chaque étape le coefficient de restitution, le nombre de particule (sans autant changer la masse totale), la masse des particules, le module élastique et le rayon des particules pour enfin pouvoir examiner leurs influences sur la réponse du système.

3.3.3. Etude paramétrique

3.3.3.1. Influence du coefficient de restitution

On fait varier ici le coefficient de restitution. Le nombre des sphères est 12, la densité de chaque sphère est 7780kg/m³, le module élastique des sphères est 210e⁹ Pa, le coefficient de Poisson est de 0.3 et le rayon des sphères est 0.005 m. Le but est d'analyser l'effet du coefficient de restitution sur l'évolution de facteur de perte réduit.

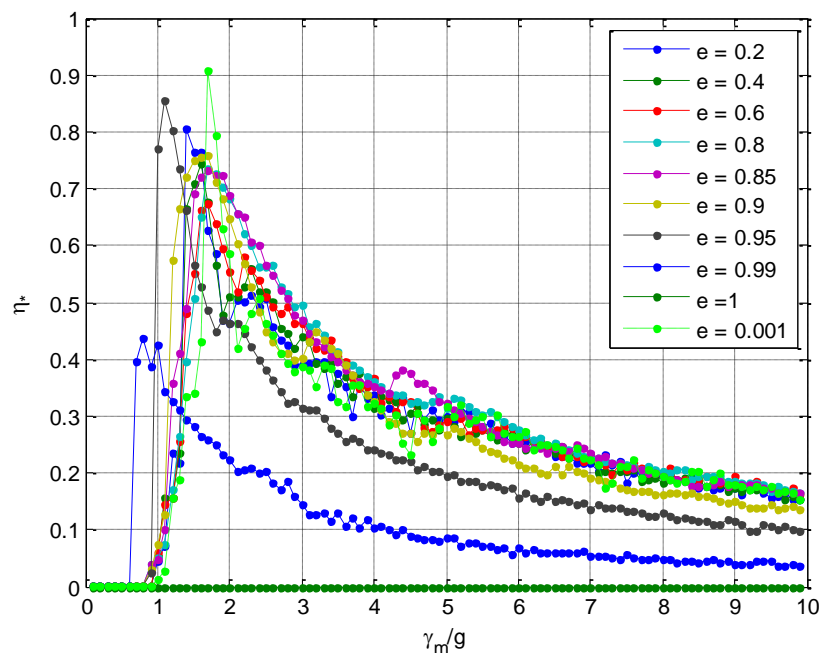


Figure III. 19: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de coefficients de restitution

Cette figure montre l'évolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération adimensionnée pour des différentes valeurs de coefficient de restitution. Ce qu'on peut retenir, est que pour une variation du coefficient de restitution de 0.01 jusqu'à 0.99, on a obtenu quasiment la même allure des courbes. Ceci, permet de conclure que la variation du coefficient de restitution n'agit pas essentiellement sur la dynamique du système. D'autre part, le fait de varier ce coefficient de 0.01 à 0.95 signifie physiquement que le système s'éloigne d'un milieu ayant un état inélastique et

se rapproche à un autre état élastique. Avec ce changement d'état, on retrouve pratiquement le même comportement même si les mécanismes qui entrent en jeu dans la simulation se diffèrent d'un état à un autre. Le paragraphe « III-3.3.2. Interprétation numérique » décrit la dynamique d'une simulation pour le cas d'une colonne de sphères inélastique. De la même manière, on mettra l'accent sur les mécanismes présents dans une simulation pour une colonne de sphères quasi-élastique. En effet, l'atténuation dans ce cas est principalement gérée par un mécanisme basique qui est le phénomène de dispersion d'énergie. Cette redistribution d'énergie est gouvernée par la nature dispersive de l'onde de propagation compressive dans la chaîne (voir paragraphe « I-2.2.2.2. Propagation d'onde de déformation dans une colonne de sphères »)

3.3.3.2. Influence de la masse des particules

Dans cette étape, on fait varier la masse de la colonne de particules en augmentant le nombre de grains. La colonne sera composée par 12, 16, 20 et 24 sphères. La densité des sphères est 7780kg/m^3 , le module élastique des sphères est $210\text{e}^9\text{ Pa}$, le rayon des sphères est 0.005 m , le coefficient de restitution est 0.8 et le coefficient de Poisson est 0.3 . Le but est de suivre le comportement du facteur d'amortissement réduit en fonction de l'élévation de la masse dans le système.

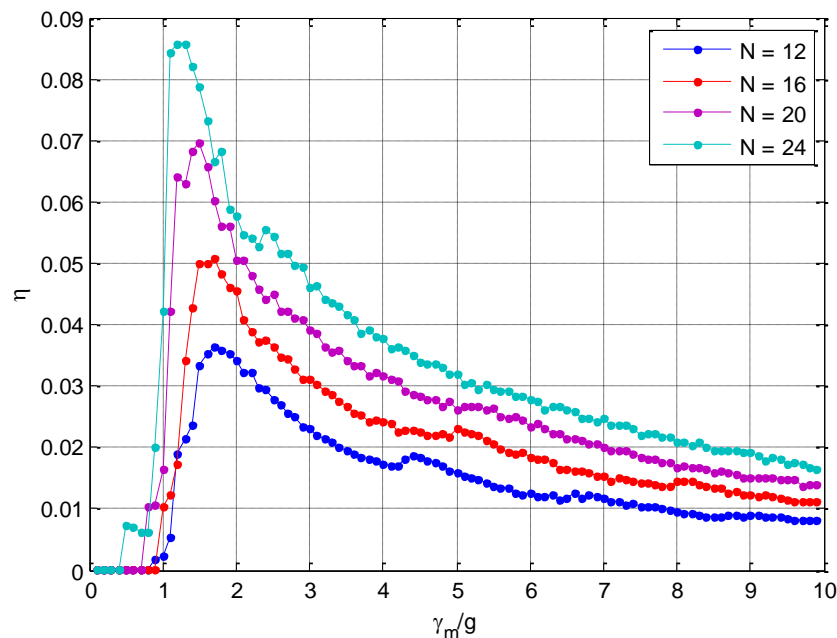


Figure III. 20: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de masse

L'analyse de l'évolution du facteur de perte en fonction de la masse montre qu'une courbe relative à une masse bien spécifique est incluse dans l'aire couverte par une autre relative à une masse supérieure. L'évolution de la zone de résonance et puis de la pente (à des accélérations de plan importantes) montre une certaine linéarité entre les différents facteurs de pertes. Pour mettre en

évidence cette linéarité, une analyse portant sur les maxima des facteurs de perte a été menée ; la figure (III.21) étant le résultat :

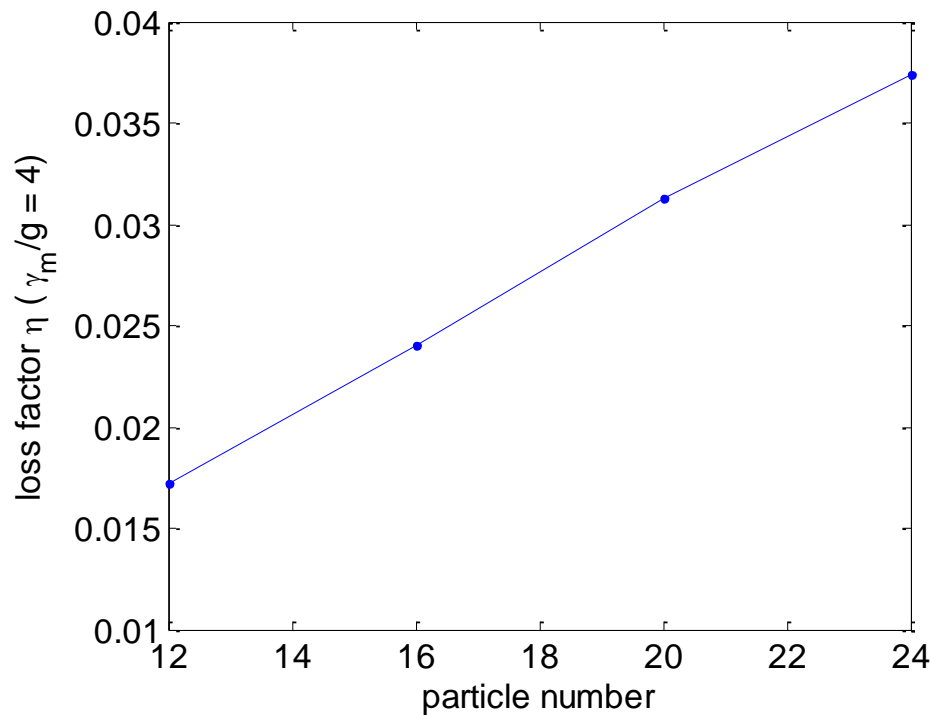


Figure III. 21: Représentation du facteur de perte maxi en fonction de la quantité de masse introduite

La linéarité présente entre les maxima des différents facteurs de perte et la masse introduite dans le système nous mène à conclure que le facteur de perte croît linéairement avec l'élévation de la masse des particules incorporées dans le système. Ceci confirme bien la proportionnalité observée pendant les essais expérimentaux et ainsi déduire que la masse des particules est un facteur clef pour le phénomène de l'atténuation dans le système. Les mêmes explications présentées dans la partie expérimentale restent valides; le mécanisme principal qui gère l'atténuation dans ce modèle est la dispersion d'énergie qui se présente après les impacts et qui est affecté principalement par la quantité de masse introduite dans le modèle.

3.3.3.3. Influence du nombre de particule

Dans cette partie, on analysera l'effet du nombre de particule sur l'évolution du facteur de perte dans le système. Les même conditions de la simulation précédente restent valides à l'exception de la masse volumique qui changera avec l'évolution du nombre de sphères de la colonne (12, 16, 20, 24). Ceci a pour but de conserver la masse du système pour chaque simulation.

- N=12 particules → masse volumique = 7780kg/m³
- N=16 particules → masse volumique = 5835kg/m³
- N=20 particules → masse volumique = 4668kg/m³

- $N=24$ particules \rightarrow masse volumique $=3890\text{kg/m}^3$

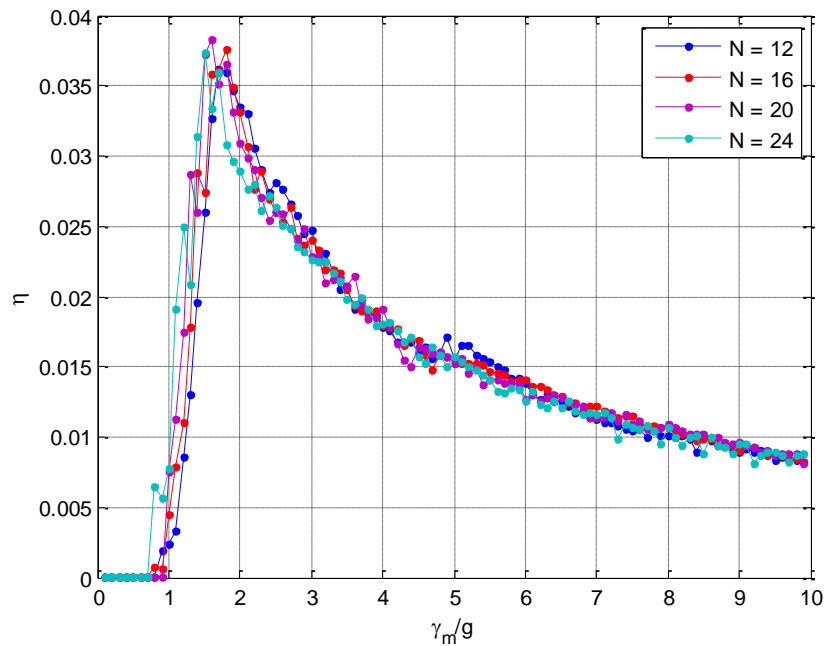


Figure III. 22: Evolution du facteur de perte en fonction de l'accélération normalisée pour différents nombre de particule

Les évolutions des facteurs de perte en fonction de l'accélération adimensionnée pour des différents nombres de particules possédant la même masse sont quasiment confondues. Ceci est en accord avec les résultats expérimentaux où on a dégagé une indépendance entre le facteur de perte et le nombre de particules utilisés. L'analyse des maxima servira comme échantillon pour voir de près l'écart existant entre les différentes simulations.

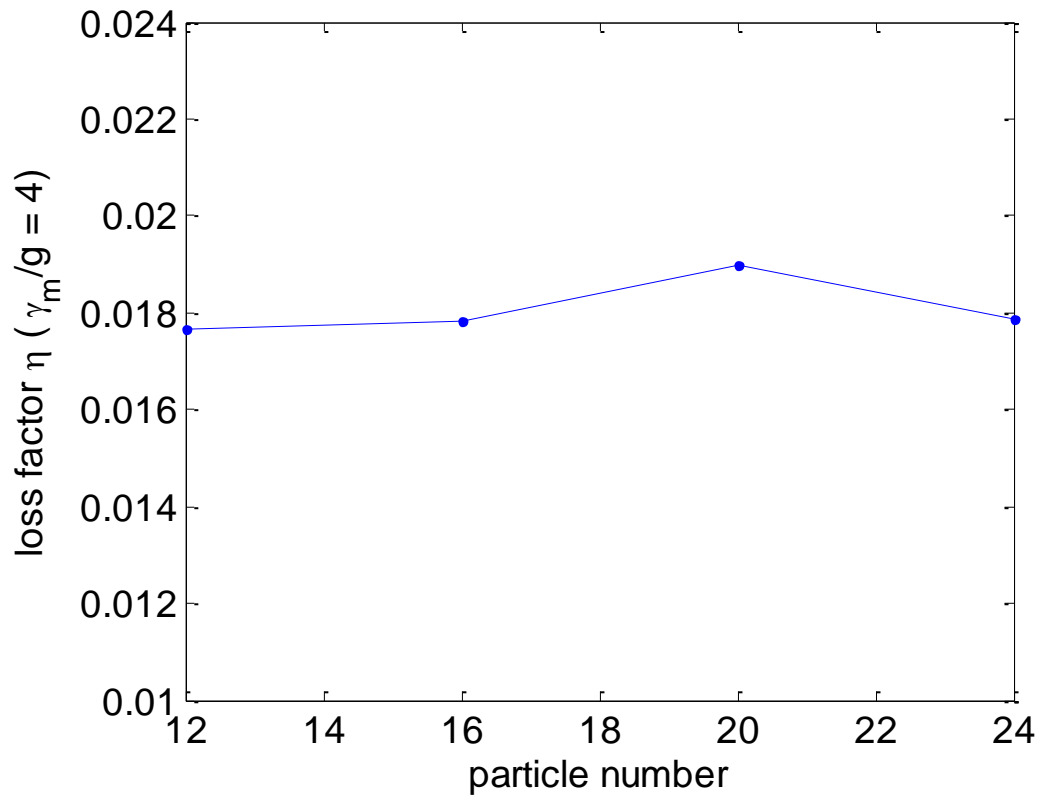


Figure III. 23: Représentation du facteur de perte maxi en fonction du nombre de particules utilisées

La figure (III.23) montre que les maxima des différents facteurs de perte sont superposés et indépendants du nombre de particules. Avec un comportement de facteur de perte quasi-statique, il est alors légitime de conclure que l'atténuation produite dans le système n'est pas principalement gérée par le nombre de grains introduits dans le système.

3.3.3.4. Influence du module élastique

Le 4^{ème} paramètre à investiguer est le module élastique. On fait varier uniquement le module élastique des grains avec un nombre des sphères égale à 12, un coefficient de restitution égale à 0.8, une masse volumique de sphère de 7780 Kg/m³ et un rayon des particules de 0.005 m. Le but est d'observer l'effet du module d'Young sur l'évolution du facteur de perte réduit.

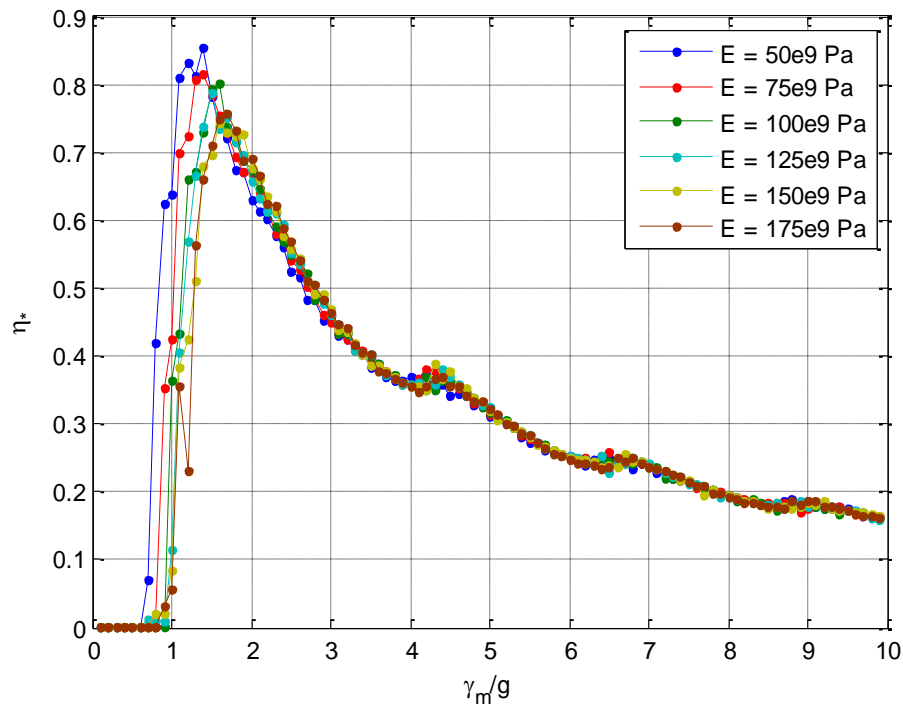


Figure III. 24: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de module élastiques

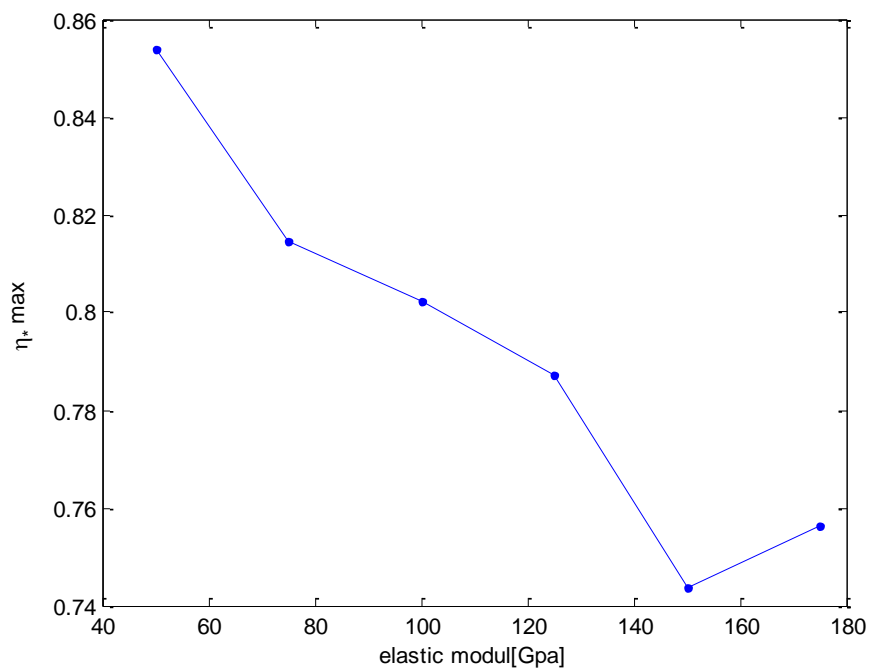


Figure III. 25: Représentation du facteur de perte maxi en fonction du module élastique

Les figures (III.24) et (III.25) montrent que le facteur de perte réduit du système décroît légèrement avec l'augmentation du module élastique ce qui signifie que le module élastique des particules a une faible influence sur les phénomènes dissipatifs produite dans le système. Pour expliquer ce

comportement, une analyse du temps de contact des particules en fonction de module élastique sera menée.

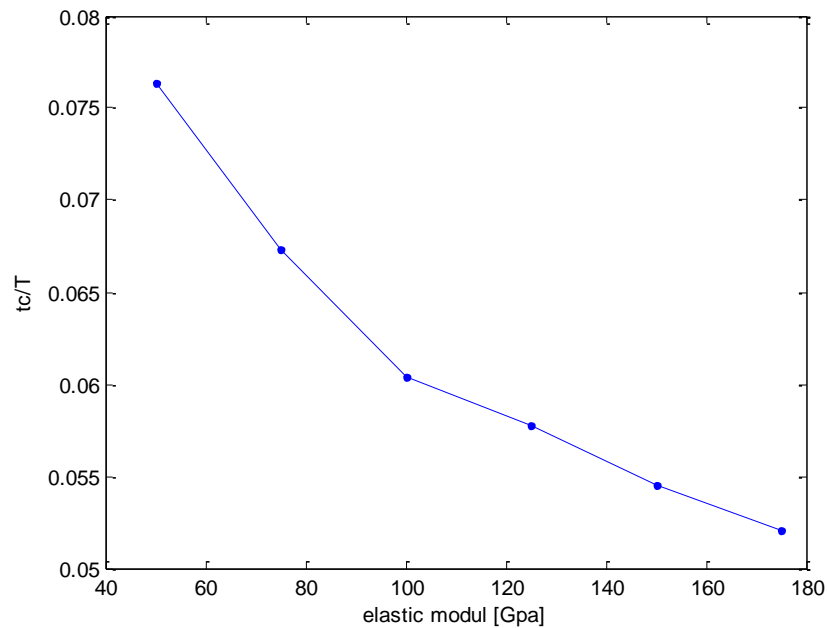


Figure III. 26: Représentation du rapport entre temps de collision et période d'oscillation en fonction du module élastique

La figure (III.26) montre que le rapport entre temps de contact par rapport à la période en fonction du module élastique possède une allure décroissante ; plus le module élastique est faible plus le temps de contact devient plus grand. Ainsi, plus le temps de contact est important plus les effets dissipatifs sont présents ce qui explique le faible écart entre les différents facteurs de perte réduits.

3.3.3.5. Influence du rayon

Dans cette simulation, on fait varier le rayon de sphère afin de voir son effet sur la réponse du système tout en conservant la masse totale pour chaque essai. Les paramètres de la simulation sont les suivants :

- Module élastique = 210×10^9 Pa
- Coefficient de Poisson = 0.3
- Masse volumique = 7780 kg/m³ pour un rayon de 0.005m
- coefficient de restitution = 0.8
- nombre de particule = 12

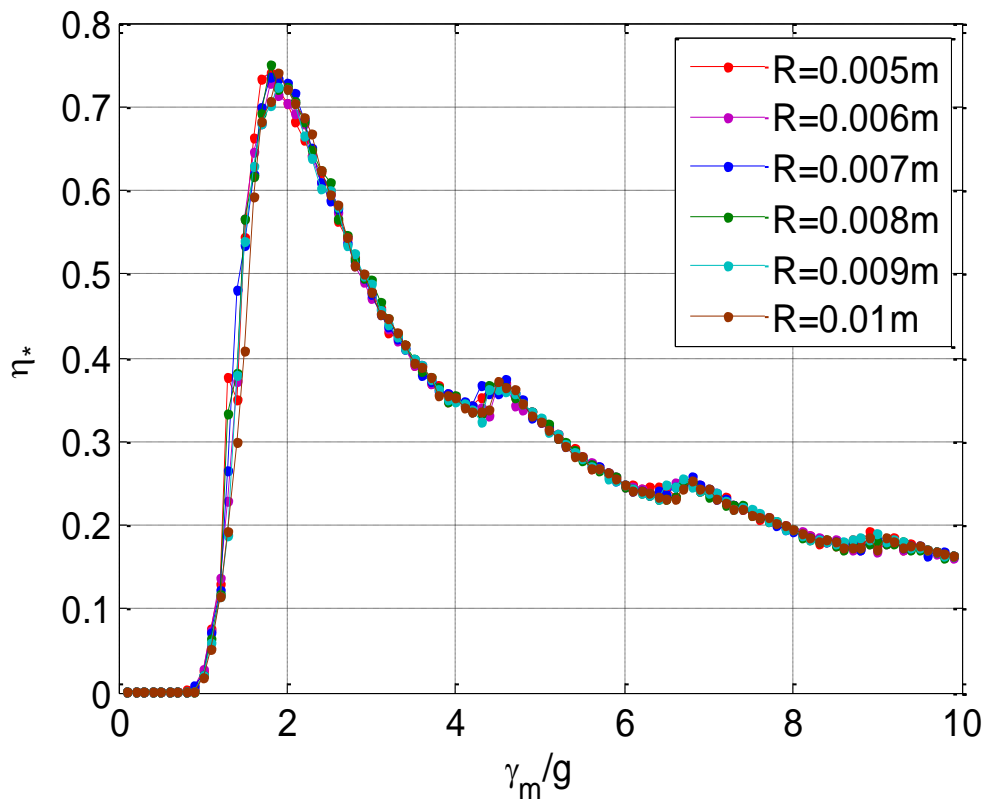


Figure III. 27: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour différents valeurs de rayons

Cette courbe montre que la variation du rayon dans la simulation n'a pas d'influence sur les phénomènes dissipatifs au sein du système. Il est à noter aussi que pour cette configuration, la surface spécifique du système augmentera vu que la masse du système visible au milieu extérieur évoluera avec la croissance du rayon des sphères. Ainsi, les contacts viscoélastiques entre particules sont plus favorisés. De ce fait, les contacts entre les particules ne se présentent pas comme une source essentielle de dissipation au sein du milieu granulaire.

3.3.3.6. Evolution de la masse dynamique

Dans cette partie, on représente l'évolution de la masse dynamique à la fréquence d'excitation, développée analytiquement dans le paragraphe « III.2. Description analytique ».

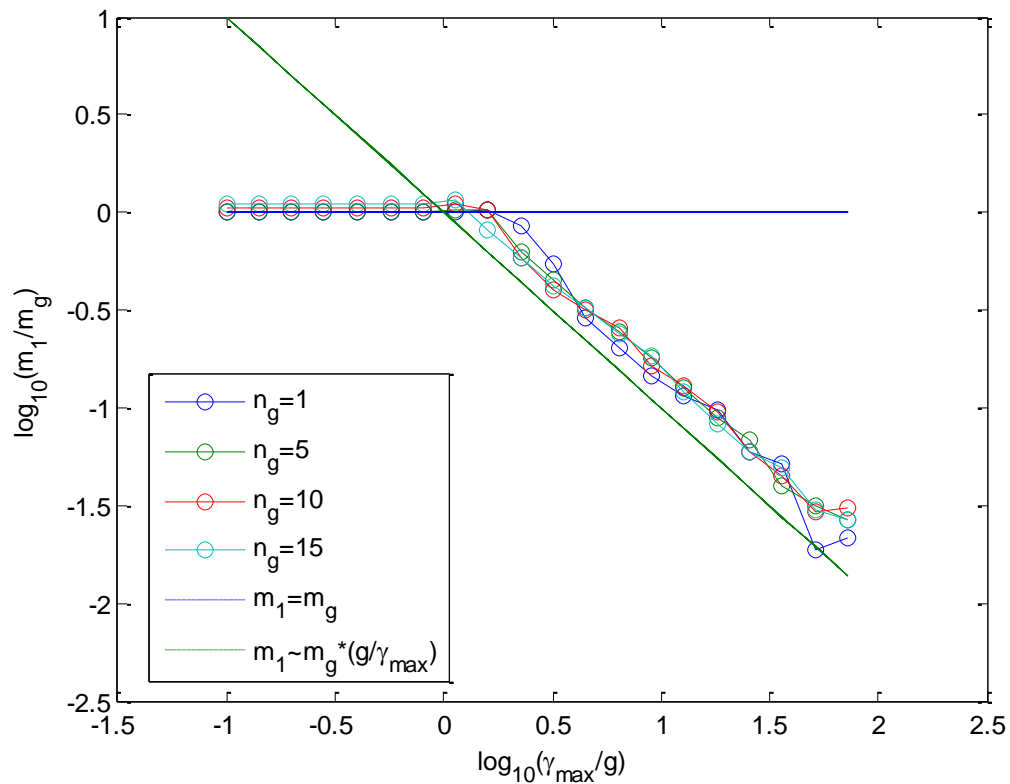


Figure III. 28: Représentation de la masse dynamique simulée en fonction de l'amplitude d'excitation pour n_g grains d'acier de rayon de 5mm.

Au fur et à mesure que l'accélération augmente, m_1 tend progressivement vers zéro. La courbe (III.28) correspond bien avec les résultats du modèle analytique, $m_{dyn}/m_g \propto g/\gamma_{max}$ pour $\gamma_{max} > g$ donnés par l'équation (3.56). Rappelons enfin que ce résultat n'est pas en accord avec l'observation expérimentale présentée dans la figure (II.32) où la masse dynamique évolue comme $m_{dyn}/m_g \propto (g/\gamma_{max})^2$: cette différence est sans doute due à un transfert de quantité de mouvement via les parois latérales, qui ne sont pas prises en compte dans la simulation.

3.3.3.7. Récapitulatif

Une étude paramétrique est effectuée pour déterminer les différentes relations existantes entre les paramètres d'entrée du système comme les caractéristiques des particules (tel que la masse, le nombre de particules, le coefficient de restitution, le module élastique et le rayon) et la sortie du notre modèle qui présente l'évolution du facteur de perte réduit du système. Cette étude a pour but de maîtriser le modèle créé et d'identifier les différents mécanismes impliqués. A la lumière des résultats trouvés, on a pu confirmer la dépendance entre certain paramètres clefs et l'atténuation au sein du système. En effet, une proportionnalité a été notée entre les différentes courbes de facteurs de perte pour une quantité de masse introduite bien définie. La linéarité entre les maximas des facteurs de pertes et la masse introduite est un échantillon significatif pour prouver cette

dépendance. En deuxième lieu, on a examiné l'effet du nombre de particules sur l'évolution des phénomènes dissipatifs et on est arrivé à la conclusion que le nombre de particules n'intervient pas dans le mécanisme d'atténuation. Concernant le coefficient de restitution, on a remarqué que l'atténuation était quasi-identique en s'éloignant d'un média inélastique et en se rapprochant d'un autre élastique. Le faible écart trouvé est liée à l'évolution du temps de contact avec la diminution du module élastique. Finalement, l'examen du changement de rayon des sphères a abouti à des même niveaux d'atténuation pour des différentes configurations.

Les analyses de l'influence du nombre et du rayon des particules sur les effets dissipatifs ont permis de confirmer un autre résultat non trivial qui est le fait de conclure que l'atténuation présente dans le système n'est pas essentiellement gouvernée par les contacts entre les particules mais par un mécanisme basique qui est la dispersion d'énergie ; après une collision, l'énergie sera redistribuée à travers le système entier.

3.3.4. Application : Cas d'une colonne de sphères en Verre et Acier

Dans cette section, nous allons traiter le cas d'une colonne de sphères en acier et en verre, possédant les mêmes propriétés du matériau utilisé expérimentalement. Le tableau suivant résume les détails de la simulation.

	Verre	Acier
Module élastique (Gpa)	69	210
Coefficient de Poisson	0.3	0.3
Masse volumique (kg/m3)	2500	7780
Coefficient de restitution	0.8	0.8
Rayons(m)	0.005	0.005
Nombre de particule	12	12

Tableau III. 3: Détails de la simulation pour une colonne de sphères en Verre et une autre en Acier

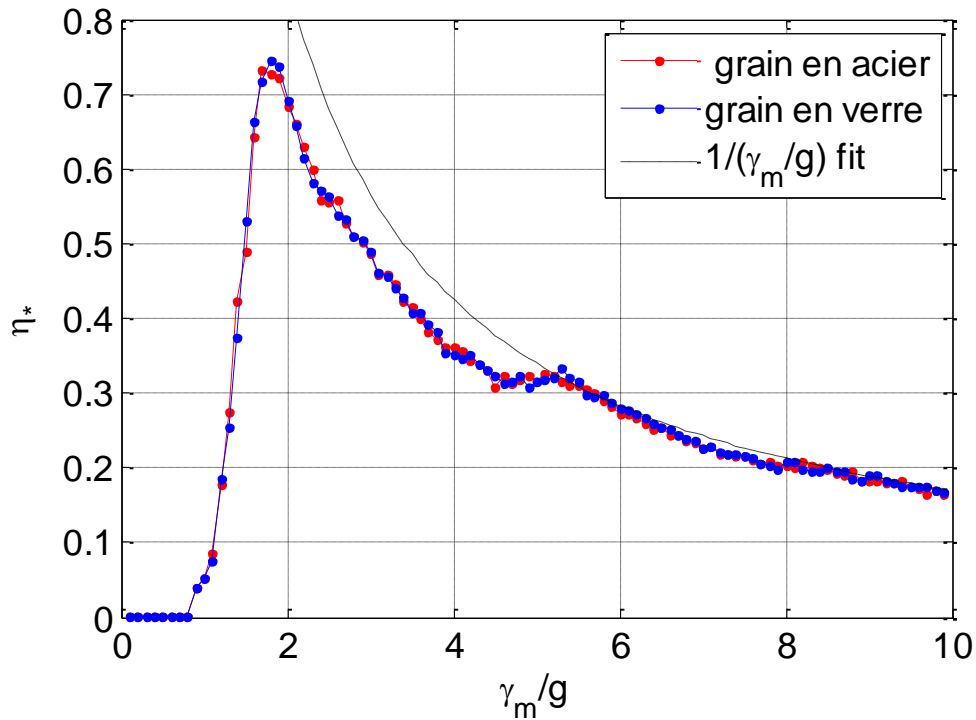


Figure III. 29: Evolution du facteur de perte réduit en fonction de l'accélération normalisée pour deux colonnes de sphères en acier et en verre à 160 Hz

La figure (III.29) montre que l'évolution du facteur de perte réduit pour chacun des grains de verre et des grains en acier est quasiment le même, ceci est en accord avec le résultat obtenu expérimentalement. Concernant la dynamique du système, η_* est nulle pour des faibles amplitudes d'excitations, commence à augmenter au-delà de 1g et atteint un maximum à l'alentour de 0.7 pour une amplitude d'accélération égale à 1.9g (le maximum d'atténuation obtenu expérimentalement est environ 0.6 à l'alentour de 2.5g). La différence qui peut exister entre les simulations numériques et les simulations expérimentales est expliquée par le degré de pertinence du modèle développé. Finalement, au-delà du maximum d'atténuation, la courbe décroît progressivement et relativement au rapport entre la période d'oscillation du plan et la durée de vol de particule. Ce résultat reprend aussi la conclusion expérimentale relative à la présence d'une courbe universelle capable de décrire l'évolution du facteur de perte. Ce résultat est en accord aussi avec les constatations relatives à la dépendance du facteur de perte avec la masse introduite au sein du système et d'où l'unicité de la courbe de facteur de perte réduit (facteur de perte normalisé par la masse).

Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre sont issus d'une implémentation numérique de la méthode DEM par le logiciel YADE. Les résultats issus par le premier modèle sont en accord avec les observations expérimentales. Bien précisément, l'étude de l'évolution du facteur de perte réduit en

fonction de l'accélération est conforme à celle obtenue expérimentalement. L'analyse détaillée des différents mécanismes impliqués dans ce modèle a permis la construction d'une base de connaissance utilisée comme référence pour la mise en place d'un deuxième modèle plus sophistiqué. Le deuxième modèle a permis à son tour d'obtenir des résultats plus significatifs et de se rapprocher encore plus des observations expérimentales. En effet, une étude paramétrique est menée sur ce modèle afin d'étudier les facteurs impactant l'évolution du système permettant ainsi une compréhension appropriée des phénomènes physiques qui se déroulent à l'intérieur du milieu granulaire.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons présenté une analyse expérimentale exhaustive d'un amortisseur granulaire directement entraîné par un agitateur. Tous les paramètres ont été étudiés pour fournir une meilleure compréhension des processus d'atténuation dans des amortisseurs de particules, y compris le transfert de l'énergie du mouvement harmonique du récipient à un mouvement brownien des grains, en plus d'une correction qui tient compte du frottement visqueux des particules avec l'air. La mesure et l'analyse de la masse dynamique apparente démontrent que la plupart des interactions consistent dans des collisions internes entre les grains et très peu avec l'enceinte, à une amplitude d'excitation élevée. Ceci est en accord avec la description de l'état des milieux granulaires vibrés à celui d'un gaz. Nous avons ensuite présenté des modèles simples capables de décrire la fiabilité des observations expérimentales et les simulations DEM. Les simulations DEM basées sur une seule colonne de sphères verticale offrent enfin une compréhension plus profonde des mécanismes en jeu, par le biais d'une étude paramétrique, et fournissent ainsi les caractéristiques essentielles de notre amortisseur.

Les études paramétriques effectuées lors de la partie expérimentale et les simulations numériques montrent une forte dépendance entre le niveau de dissipation et quelques caractéristiques clefs. En effet, une forte dépendance a été établie entre la quantité de masse introduite dans le système, l'amplitude d'excitation et le niveau de dissipation. En revanche, l'étude portée sur le changement de matériau et la variation du nombre et du rayon des particules montre leurs faibles influences sur l'atténuation énergétique au sein du système. Tous ces résultats ont été renforcés par une analyse du facteur de perte normalisé par la masse pour des différentes configurations. Le résultat était une courbe universelle capable de prédire le facteur de perte pour n'importe quel type de matériaux à une vitesse de plan donnée.

Bien que les résultats trouvés soient satisfaisants, plusieurs autres pistes restent à explorer. Les simulations devraient par exemple inclure la friction des particules avec les parois de l'enceinte. Aussi, la généralisation des observations issues de ce travail constitue une perspective d'une grande importance : l'insertion des fluides visqueux (autre que l'air) à l'intérieur de l'enceinte et l'étude de leur influence sur la réponse du système (réponse en amplitude et réponse en fréquence) afin de maîtriser le phénomène de friction des fluides avec les particules au sein d'un amortisseur par milieux granulaires est un défi majeur, en terme de modélisation et d'un point de vue pratique. En outre, le développement de nouvelles configurations expérimentales et la confrontation de nouveaux résultats avec les observations actuelles devraient permettre d'étendre les limites

Conclusion Générale

d'application des modèles que nous avons proposé. D'autres pistes pourraient également être explorées, comme par exemple l'effet de la forme de l'enceinte, le passage à l'échelle des milieux granulaires ultra fin (tel que les poudres) l'utilisation de grains de tailles et de matières différentes, ou encore généraliser nos observations à d'autres types d'excitation, tels que les bruits larges bandes ou les signaux impulsionnels.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Marcelo Areias Trindade, « Contrôle hybride actif-passif des vibrations de structures par des matériaux piézoélectriques et viscoélastiques : poutres sandwich/multicouches intelligentes ». Mechanics. Conservatoire national des arts et metiers - CNAM, (2000).
- [2] http://techcenter.mercedes-benz.com/fr_FR/abc/detail.html
- [3] Crosby M.J. and Karnopp D.C. The active damper: a new concept for shock and vibration control, Shock and Vibration Bulletin 43, pp.119-133(1973).
- [4] C.D. Johnson, 1995, Design of Passive Damping Systems, Journal of Mechanical Design and Journal of Vibration and Acoustics (50th anniversary combined issue), Vol 117, pp.171-175,(2008).
- [5] R.D. Friend and V.K. Kinra, Particle impact damping, Journal of Sound and Vibration 233(1), pp 93-118,(2009).
- [6] A.S. Velichkovich and S.V. Velichkovich, Vibration-Impact Damper for Controlling the Dynamic Drillstring Conditions Chemical and Petroleum Engineering, Vol 37, pp 213-215 (2001).
- [7] Julius Markoa, David Thambiratnama and Nimal Pererab, Influence of damping systems on building structures subjected to seismic effects, Journal of Engineering Structures, Vol 26, pp 1939–1956(2004).
- [8] Paget, Vibration in steam turbine bucket sand damping by impact, Engineering, Vol 143, pp305-307 (1937).
- [9] S.S. Simonian, V.S. Camelo and J.D. Sienkiewicz, Disturbance Suppression Using Particle Dampers, 49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, Schaumburg(2008).
- [10] Z. Xia, X. Liu and Y. Shan, Application of particle damping for vibration attenuation in brake drum, International Journal of Vehicle Noise and Vibration, Vol 7, pp 178-194(2011).
- [11] R. Ehergott, H. Panossian and G. Davis, Modelling techniques for evaluating the effectiveness of particle damping in turbomachinery, American Institute of Aeronautics and Astronautics Conference , (2009).
- [12] C. Cempel and G. Lotz, Efficiency of vibrational energy dissipation by moving shot, Journal of Structural Engineering, Vol 119(9), pp. 2642-2652(1993).
- [13] J.J. Hollkamp and R.W. Gordon, Experiments with Particle Damping ,Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. Smart Structures and Materials. Passive Damping and Isolation, Vol3327, pp. 2-12(1998).
- [14] M. Ben Romdhane, N. Bouhaddi, M. Trigui, E. Foltete, and M. Haddar, The loss factor experimental characterization of the non-obstructive particles damping approach, Mechanical Systems and Signal Processing, 38, pp. 585–600 (2013).
- [15] H. V. Panossian, Structural Damping Enhancement Via Non-Obstructive Particle Damping Technique, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 101-105(1992).

- [16] Kun S. Marhadi and Vikram K. Kinra , Particle impact damping: effect of mass ratio, material, and shape, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 283, pp 433–448 (2005).
- [17] M.M. Sadek and B. Mills, Effect of gravity on the performance of an impact damper, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 12(4), pp.268-277 (1970).
- [18] M.M. Sadek and C.J.H. Williams, Effect of gravity on the performance of an impact damper, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 12(4), pp. 278-287(1970).
- [19] K. Yasuda and M. Toyoda, The damping effect of an impact damper, *Bulletin of the JSME* 21, pp. 424-430 (1978).
- [20] X. Jia, C. Caroli and B. Velicky, Ultrasound propagation in externally stressed granular media, *Physical Review Letters*, 82, pp. 1863-1866(1999).
- [21] E. Falcona, C. Laroche, S. Fauve and C. Coste, Collision of a 1-D column of beads with a wall, *The European Physical Journal B*, 5, pp.111-131 (1998).
- [22] www.ampere.cnrs.fr
- [23] M. Trigui, E. Foltete, M. S. Abbes, T. Fakhfakh, N. Bouhaddi, and M. Haddar, An experimental study of a multi-particle impact damper, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 223, pp. 2029–2038 (2009).
- [24] Steven E. Olson, An analytical particle damping model, *Journal of Sound and Vibration*, 264, pp. 1155–1166 (2003).
- [25] Alberto Di Renzo and Francesco Paolo Di Maio, An improved integral non-linear model for the contact of particles in distinct element simulations, *Chemical Engineering Science*, pp. 1303–1312 (2005).
- [26] Cundall P.A. and Strack O.D.L. (The distinct numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol 29, pp.47–65 (1979).
- [27] GOLDBIRSH I. and ZANETTI G., Cluster instability in dissipative gases , *Phys. Rev. Lett.*, vol. 70, pp. 1619-1622(1993).
- [28] MCNAMARA S. and YOUNG W., Dynamics of a freely evolving, two-dimensional granular medium , *Phys. Rev. E*, vol. 53, pp. 5089-5100 (1996).
- [29] LUDING S. and HERRMANN H., Cluster growth in Freely Cooling Granular Media , *Chaos*, vol. 9, pp. 673-681(1999).
- [30] LUDING S., CLÉMENT E., RAJCHENBACH J. and DURAN J., Simulations of Pattern Formation in Vibrated Granular Media, *Europhysics Letters*, 36(4), pp. 247-252 (1996).
- [31] PAOLOTTI D., CATTUTO C., MARCONI U. M. B., PUGLISI A., Dynamical properties of vibrofluidized granular mixtures , *Granular Matter*, 5, pp. 75-83 (2003).
- [32] MCNAMARA S., FALCON E., Simulations of vibrated granular medium with impact-velocity-dependent restitution coefficient , *Physical Review. E*, vol. 71, pp. 031302_1- 031302_6 (2005)

- [33] Mehta, A., Luck, J.M.: Novel temporal behavior of a nonlinear dynamical system: the completely inelastic bouncing ball. *Phys. Rev. Lett.* 65(4), 393(1990).
- [34] P. Philippe and D. Bideau, Numerical model for granular compaction under vertical tapping, *Physical Review*, 63(5), 051304 (2001).
- [35] G. Baxter and R. Behringer, Pattern formation and time-dependence in flowing sand. Two phase flows and waves, Springer Verlag, New York, pp. 1–29(1990).
- [36] G. Baxter and R. Behringer, Cellular automata models for the flow of granular materials, *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 51 , pp. 465–471 (1991).
- [37] G. Peng and H. J. Herrmann, Density waves of granular flow in a pipe using lattice-gas automata, *Physical Review E*, 49, (1994).
- [38] U. Frisch, B. Hasslacher, and Y. Pomeau, Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation, *Physical Review* , 56 , pp. 1505–1508(1986).
- [39] S.B. Savage, Disorder, diffusion and structure formation in granular flow, In *Disorder and Granular Media*, North-Holland , Amsterdam, pp. 255–285(1993).
- [40] F. Radjaï et F. Dubois, *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires*, Hermès Sciences, Lavoisier, (2010).
- [41] J. Kozicki and F.V. Donzé, Yade-open dem : an open-source software using a discrete element method to simulate granular material, *Engineering Computations*, 26, pp.786–805(2009).
- [42] F.V. Donzé and S.A. Magnier, Formulation of a three–dimensional numerical model of brittle behavior, *Geophysical Journal International*, 122, pp.790–802(1995).
- [43] Václav Šmilauer, Cohesive Particle Model using the Discrete Element Method on the Yade Platform, pp. 12-13 (2010).
- [44] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, UK, (1985).
- [45] Kuwabara and K. Kono, Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Japanese Journal of Applied Physics*, 26, pp.1230-1233(1987).
- [46] Y. Tsuji, T. Tanaka and T. Ishida, Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe, *Powder Technology*, 71, pp. 239–250(1992).
- [47] Mindlin, R. D., Compliance of Elastic Bodies in Contact, *ASME Trans. J. Appl. Mech.*, 16, pp. 259–344(1949).
- [48] N. Bićanić, Discrete Element Methods, In E. Stein, R. de Borst, and T.J.R. Hughes, editors, *Encyclopedia of Computational Mechanics: Fundamentals*, pp. 311–337(2004).
- [49] www.yade-dem.org
- [50] Araki, Y., Yokomichi, I., Inoue, J.: Impact dampers with granular materials: 2nd report, both sides impact in a vertical oscillating system. *Bull. Jpn. Soc. Mech. Eng.* 28(241), 1466–1472 (1985)

- [51] Pastor, J.M., Maza, D., Zuriguel, I., Garcimartín, A., Boudet, J.-F.: Time resolved particle dynamics in granular convection. *Phys. D* 232(2), 128–135 (2007)
- [52] F. Pacheco-Vázquez and S. Dorbolo, Rebound of a confined granular material: combination of a bouncing ball and a granular damper , *Scientific Reports* 3, p.2158 (2013).
- [53] S. Sen, T.R.K. Mohan and J.M.M. Pfannes, The quasi-equilibrium phase in nonlinear 1d systems ,*Physica A*, 342, pp.336-343 (2004).
- [54] S. Job, F. Melo, A. Sokolow and S. Sen, Solitary wave trains in granular chains: Experiments, theory and simulations ,*Granular Matter*, 10, pp.13-20 (2007).
- [55] J.C. Pastenes, J.C. Géminard and F. Melo, Interstitial gas effect on vibrated granular columns, *Physical Review*, E 89, p.062205 (2014)
- [56] J.F. Allard, M. Henry, J. Tizianel, L. Kelders and W. Lauriks, Sound propagation in air-saturated random packings of beads, *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(4), 2004-2007 (1998).
- [57] O. Dazel and V. Tournat, Nonlinear biot waves in porous media with application to unconsolidated granular media, *J. Acoust. Soc. Am.* 127(2), 692-702 (2010).

Titre : Etude Expérimentale et Modélisation par la méthode des éléments discrets de l'amortissement dans les matériaux granulaires

Mots clés : Amortisseurs Passifs, Vibration, Milieu granulaire, Dissipation, Méthode des éléments discrets

Résumé : Ce travail de thèse a pour objet d'analyser le processus de dissipation d'énergie dans les amortisseurs par milieux granulaires. Des études de nature expérimentale, analytique et numérique ont été menées afin de pouvoir détecter les paramètres clefs agissant sur la dissipation; un modèle expérimental minimal a été présenté en premier lieu afin de mettre en évidence l'efficacité des milieux granulaire en tant qu'amortisseurs de vibrations. Un second modèle expérimental plus élaboré a été développé, avec de multiples protocoles expérimentaux, pour mener une étude paramétrique et détecter leurs impacts sur l'évolution du facteur de perte du système.

On montre que le coefficient de perte ne dépend pas du matériau des particules ou leur nombre, mais dépend fortement de la masse totale des grains embarqués et sur l'amplitude du signal

vibrant. Nos mesures montrent aussi la contribution de l'écoulement visqueux de l'air entourant les grains au facteur de perte globale des amortisseurs.

La partie analytique à son tour a permis de retrouver le comportement obtenu expérimentalement par le billet du développement des équations du mouvement du système, celle des énergie cinétique et énergie dissipée afin de proposer enfin une équation maitresse qui décrit l'évolution du facteur de perte réduit au sein de notre système. Pour atteindre une plus grande précision, une modélisation du système granulaire par la méthode des éléments discrets (DEM) a permis de retrouver les mêmes conclusions et ainsi valider les constatations expérimentales et le modèle analytique proposé.

Title : Experimental study and modeling by the discrete element method of damping in granular materials

Keywords : Passive Dampers, Vibration, Granular media, Dissipation, Discrete Element Method

Abstract : This thesis aims to analyze the process of energy dissipation in the particle dampers. Experimental, analytical and numerical studies have been conducted in order to identify key parameters influencing the dissipation; minimal experimental model was first presented to highlight the efficiency of granular media as dampers of vibrations. A second more sophisticated experimental model was developed, with multiple experimental protocols, to conduct a parametric study and detect their impact on the evolution of the system loss factor. It is shown that the loss factor is independent of the particle material or their number, but depends strongly on the total mass of embedded grains and on the amplitude of the vibrating signal.

Our measurements also show the contribution of viscous flow of the air surrounding the grains in the total loss factor of the dampers. The analytical part in turn has allowed retrieving the experimentally obtained behavior by ticket of the development of the system motion equations, equations of dissipated and kinetic energy to finally propose a universal equation that describes the evolution of the reduced loss factor within our system. To achieve greater accuracy, a modeling of the granular system by discrete element method (DEM) allowed reaching the same conclusions and thus validating the experimental findings and the proposed analytical model.